

|                                                                                   |                                                                                                                                               |                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
|  | <b>ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA</b><br><b>Cálculo – Industriales</b><br><b>CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA</b><br><b>20 de junio de 2016</b> |                   |
|                                                                                   | Apellidos-nombre:<br>Titulación:                                                                                                              | Grupo:<br>D.N.I.: |

| Ejercicio 1 | Ejercicio 2 | Ejercicio 3 | Nota |
|-------------|-------------|-------------|------|
|             |             |             |      |

### PRIMER CUATRIMESTRAL

1. Calcular y representar el lugar geométrico de los afijos de los complejos que verifican la siguiente ecuación:

$$z = \frac{2}{i} \ln \left( \frac{1+i}{1-i} \right)$$

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

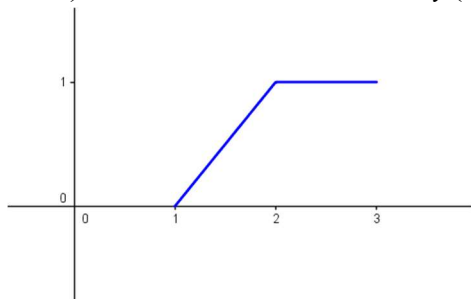
COMP 2: 5 puntos por el cálculo.

COMP 4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/30**

2. Sea la función continua  $y(x)$  de la figura, definida en el intervalo  $[1,3]$ . Se pide:

- Calcular  $\bar{y}(x)$ , la función valor medio de  $y(x)$ .
- Estudiar el crecimiento/decrecimiento y concavidad/convexidad de  $\bar{y}(x)$ .
- Calcular el valor medio de  $y(x)$  en el intervalo  $[1,3/2]$ .



Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 2 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 5 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal.

**Puntos: 10/30**

3. Enunciar y demostrar el Teorema de Lagrange (teorema del valor medio).

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 2 puntos por el enunciado.

COMP 4: 8 puntos por la demostración.

**Puntos: 10/30**

|                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p style="text-align: center;"><b>GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA</b><br/> <b>Kalkulua – Industria graduak</b><br/> <b>EZOHIKO DEIALDIA</b><br/> <b>2016ko ekainaren 20a</b></p> <p>Abizenak-izena: _____ Taldea: _____<br/> Titulazioa: _____ NAN: _____</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| 1. ariketa | 2. ariketa | 3. ariketa | Nota |
|------------|------------|------------|------|
|            |            |            |      |

### LEHENENGO LAUHILEKOA

1. Lortu eta irudikatu ondoko baldintza betetzen dituzten zenbaki konplexuen afixuen leku geometrikoa:

$$z = \frac{2}{i} \ln \left( \frac{1+i}{1-i} \right)$$

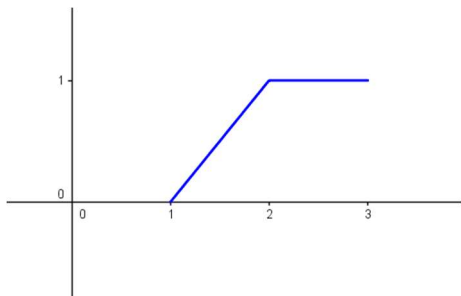
Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 5 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 4 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/30**

2. Izan bedi  $y(x)$  irudiko funtzio jarraitua,  $[1,3]$  tartean definitua. Ondokoak eskatzen dira:

- a) Kalkulatu  $\bar{y}(x)$ ,  $y(x)$ -ren batez besteko balioaren funtzioa.
- b) Aztertu  $\bar{y}(x)$ -ren gorakortasuna/beherakortasuna eta ahurtasuna/ganbeltasuna.
- c) Kalkulatu  $y(x)$ -ren batez besteko balioa  $[1,3/2]$  tartean.



Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 2 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 5 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/30**

3. Lagrange-ren teorema (Batez besteko balioaren teorema) enuntziatu eta frogatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 2 puntu enuntziatuagatik.
4. GAIT: 8 puntu frogapenagatik

**Puntuak: 10/30**

|                                                                                   |                                                                                                                                               |                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
|  | <b>ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA</b><br><b>Cálculo – Industriales</b><br><b>CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA</b><br><b>20 de junio de 2016</b> |                   |
|                                                                                   | Apellidos-nombre:<br>Titulación:                                                                                                              | Grupo:<br>D.N.I.: |

| Ejercicio 1 | Ejercicio 2 | Ejercicio 3 | Ejercicio 4 | Nota |
|-------------|-------------|-------------|-------------|------|
|             |             |             |             |      |

## SEGUNDO CUATRIMESTRAL

1. Sea  $C$  la circunferencia de centro  $(0,0)$  y radio  $R$ . Calcular  $\oint_C \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2}$

- a) Parametrizando la curva.  
 b) Aplicando, si es posible, la fórmula de Green.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 2 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/40**

2. Utilizando la función  $g(x, y) = e^x$ ,

- a) Demostrar que es factor integrante de la ecuación diferencial

$$\left( 2xy + x^2y + \frac{y^3}{3} \right) dx + (x^2 + y^2) dy = 0$$

- b) Resolver la ecuación.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 2 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 5 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/40**

3. Resolver la siguiente ecuación integral utilizando la transformada de Laplace:

$$y(t) = t + \int_0^t \sin(t-u) y(u) du$$

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 2 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/40**

4. Considerar la integral  $\int_{-a}^a \left( \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} (x^2 + y^2) dy \right) dx$ .

Se pide:

- a) Representar el recinto de integración.  
 b) Invertir el orden de integración.  
 c) Calcular el valor de la integral.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4.

COMP 1: 1 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 5 puntos por el cálculo.

COMP 4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/40**



|                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p style="text-align: center;"><b>GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA</b><br/> <b>Kalkulua – Industria graduak</b><br/> <b>EZOHIKO DEIALDIA</b><br/> <b>2016ko ekainaren 20a</b></p> <p>Abizenak-izena: _____ Taldea: _____<br/> Titulazioa: _____ NAN: _____</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| 1. ariketa | 2. ariketa | 3. ariketa | 4. ariketa | Nota |
|------------|------------|------------|------------|------|
|            |            |            |            |      |

### BIGARREN LAUHILEKOA

1. Izan bedi  $C$   $(0,0)$  zentroko eta  $R$  erradioko zirkunferentzia.  $\oint_C \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2}$  kalkulatu

- a) Kurbaren parametrizazio bat erabiliz.  
b) Ahal bada Green-en formula aplikatuz.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 2 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.  
2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.  
4. GAIT: 4 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/40**

2.  $g(x, y) = e^x$  funtzioa erabiliz,

- a) Frogatu ondorengo ekuazio diferentzialaren integrazio-faktore bat dela

$$\left(2xy + x^2y + \frac{y^3}{3}\right)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$$

- b) Ekuazioa ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa

1. GAIT: 2 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.  
2. GAIT: 5 puntu kalkuluagatik.  
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/40**

3. Laplace-ren transformatua erabiliz ondorengo ekuazio integrala ebatzi:

$$y(t) = t + \int_0^t \sin(t-u)y(u)du$$

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa

1. GAIT: 2 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.  
2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.  
4. GAIT: 4 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/40**

4. Izan bedi  $\int_{-a}^a \left( \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} (x^2 + y^2) dy \right) dx$  integrala.

Eskatzen da:

- a) Integrazio-eremua marraztu.  
b) Integrazio-ordena aldatu.  
c) Integralaren balioa kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.  
2. GAIT: 5 puntu kalkuluagatik.  
4. GAIT: 4 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/40**