

|                                                                                   |                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p align="center"><b>GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA.</b><br/> <b>ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA</b></p> |
|                                                                                   | <p align="center"><b>CÁLCULO. INDUSTRIALES. TERCERA EVALUACIÓN</b></p>                                     |
|                                                                                   | <p align="center">23 de enero de 2018</p>                                                                  |

APELLIDOS: \_\_\_\_\_ NOMBRE: \_\_\_\_\_

D.N.I.: \_\_\_\_\_ TITULACIÓN: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

| Ejercicio 1 | Ejercicio 2 | Ejercicio 3 | Ejercicio 4 | Ejercicio 5 | Ejercicio 6 | Nota |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------|
|             |             |             |             |             |             |      |

**NOTAS:**

**1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.**

**2. Se valorará la presentación.**

**1.** Calcular y representar geoméricamente los afijos de los números complejos  $z$  que verifican la siguiente condición:

$$z^3 = -|z|$$

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 2 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/60**

**2.** Demostrar que el límite de la serie geométrica  $\sum_{n=0}^{\infty} r^n$  es  $\frac{1}{1-r}$  y, como aplicación,

obtener el valor de  $\sum_{n=3}^{\infty} r^n$ .

Competencias evaluadas: COMP1, COMP 2, COMP 4. Evaluación:

COMP 1: 2 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/60**

3. a) Definir el límite de una sucesión.  
 b) Definir el límite de una función en un punto.  
 c) Demostrar la siguiente propiedad:

Si  $y = f(x)$  es una función continua en  $[a, b]$  tal que  $f(x) \in [a, b]$ , entonces  $f(x) = x$  tiene, al menos, una solución en  $[a, b]$ .

¿Cuándo es única esta solución?

Competencias evaluadas: COMP 1 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 2 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 4: 8 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/60**

4. a) Hallar el desarrollo en serie de la función  $y = \ln(2 - x)$  en el punto  $a = 1$ .  
 b) Teniendo en cuenta el resultado del apartado anterior, calcular el valor de la siguiente suma:  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$

Competencias evaluadas: COMP 2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/60**

5. Sea  $D$  el recinto limitado por las condiciones  $y \geq x^2$ ,  $y \leq 6 - x$ ,  $x \geq 0$ .

- a) Representar gráficamente el recinto  $D$ .  
 b) Calcular el área de  $D$ .  
 c) Plantear el volumen del cuerpo generado al girar el recinto  $D$  alrededor del eje OX.  
 d) Plantear el volumen del cuerpo generado al girar el recinto  $D$  alrededor del eje OY.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 6 puntos por el cálculo.

COMP 4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/60**

6. Calcular la integral  $\int \frac{dx}{\tan^2 x + 3 \sin^2 x}$  haciendo el cambio de variable  $\tan x = t$ .

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 9 puntos por el cálculo.

COMP 4: 1 punto por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

**Puntos: 10/60**

|                                                                                   |                                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p align="center"><b>GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA.</b><br/> <b>ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA</b></p> |
|                                                                                   | <p align="center"><b>KALKULUA. INDUSTRIALAK. HIRUGARREN EBALUAZIOA</b></p>                                 |
|                                                                                   | <p align="center">2018ko urtarrilaren 23</p>                                                               |

ABIZENAK: \_\_\_\_\_ IZENA: \_\_\_\_\_

NAN: \_\_\_\_\_ TITULAZIOA: \_\_\_\_\_ TALDEA: \_\_\_\_\_.

| 1. ariketa | 2. ariketa | 3. ariketa | 4. ariketa | 5. ariketa | 6. ariketa | Nota |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------|
|            |            |            |            |            |            |      |

#### OHARRAK:

**1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.**

**2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.**

**1.** Ondorengo baldintza betetzen duten  $z$  zenbaki konplexuen afixuen leku geometrikoa lortu eta marraztu:

$$z^3 = -|z|$$

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 2 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 4 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/60**

**2.** Frogatu  $\sum_{n=0}^{\infty} r^n$  serie geometrikoaren limitea  $\frac{1}{1-r}$  dela eta aplikazio gisa  $\sum_{n=3}^{\infty} r^n$  balioa lortu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 2 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 4 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/60**

3. a) Segida baten limitea definitu.

b) Funtzio baten puntu bateko limitea definitu.

c) Ondorengo propietatea frogatu:

$y = f(x)$  funtzioa jarritua bada  $[a, b]$  tartean non  $f(x) \in [a, b]$  den, orduan  $f(x) = x$  ekuazioak gutxienez soluzio bat du  $[a, b]$  tartean.

Noiz izango da bakarra soluzio hau?

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 2 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

4. GAIT: 8 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/60**

4. a) Lortu  $y = \ln(2 - x)$  funtzioaren seriezko garapena  $a = 1$  puntuan.

b) Aurreko ataleko emaitza kontutan izanik, kalkulatu hurrengo batuketaren balioa:

$$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$$

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/60**

5. Izan bedi  $D$   $y \geq x^2$ ,  $y \leq 6 - x$ ,  $x \geq 0$  baldintzek mugatutako eremua.

a)  $D$  eremua marraztu.

b)  $D$ -ren azalera kalkulatu.

c)  $D$  eremua OX ardatzarekiko biratzean sortutako gorputzaren bolumena planteatu.

d)  $D$  eremua OY ardatzarekiko biratzean sortutako gorputzaren bolumena planteatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 2 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 5 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/60**

6.  $\int \frac{dx}{\tan^2 x + 3 \sin^2 x}$  integrala kalkulatu  $\tan x = t$  aldagai-aldaketa eginez.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 9 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 1 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

**Puntuak: 10/60**