

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____.

D.N.I.: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____.

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.

2. Se valorará la presentación.

1. Resolver y representar gráficamente las soluciones de la ecuación compleja $z^4 \bar{z} i + 1 = 0$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

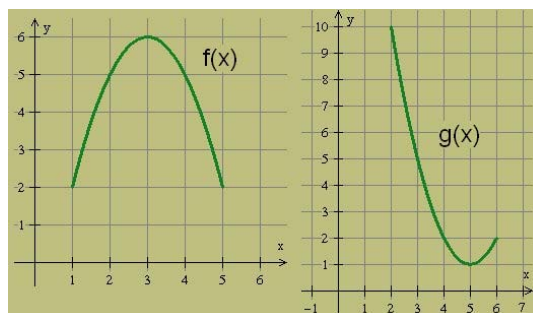
COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

2. a) Estudiar el límite de la función $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)$ en el punto $x = 0$ utilizando las sucesiones $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left\{\frac{1}{2n}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$ y $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left\{-\frac{2}{2n+1}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$.

b) Sean $f(x)$ y $g(x)$ las funciones cuyas gráficas se muestran en la figura. Estudiar la concavidad/convexidad de la función $h(x) = g(f(x))$ en el intervalo $(1, 2)$.



Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 6 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

3. Enunciar el Teorema fundamental del Cálculo Infinitesimal y utilizarlo para demostrar la Regla de Barrow.

Competencias evaluadas: COMP4. Evaluación:

COMP4: 10 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

4. Desarrollar en serie de potencias la función $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ en el punto $a = 0$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

5. a) Sea $y(x)$ una función tal que $y(x) > 0$, $y'(x) > 0 \quad \forall x \in [a, b]$. Ordenar de menor a mayor los valores I_1 , I_2 e I_3 definidos de la siguiente forma:

I_1 : Valor aproximado de $\int_a^b y(x) dx$, obtenido utilizando en cada subintervalo el extremo izquierdo del mismo.

I_2 : Valor aproximado de $\int_a^b y(x) dx$, obtenido utilizando en cada subintervalo el extremo derecho del mismo.

I_3 : Valor exacto de $\int_a^b y(x) dx$.

Razonar la respuesta.

b) Calcular $\int \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x - 4 \cos^2 x} dx$

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 5 puntos por el cálculo.

COMP4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

6. Sea D el dominio limitado por la gráfica de la función $y = 2x - x^2$ y sus rectas tangentes en los puntos de corte con el eje OX.

a) Representar gráficamente el dominio D .

b) Calcular el área de D .

c) Calcular el volumen del cuerpo generado al girar el dominio D alrededor del eje OX.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

ABIZENAK: _____ IZENA: _____.

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____.

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	5. ariketa	6. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.

2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Ebatzi $z^4 \bar{z} i + 1 = 0$ ekuazio konplexua eta lortutako soluzioak marraztu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

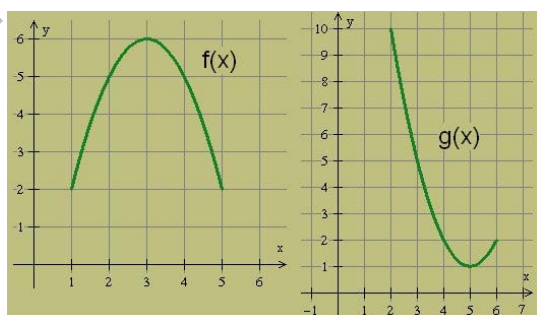
Puntuak: 10/60

2.a) $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left\{ \frac{1}{2n} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$ eta $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} = \left\{ -\frac{2}{2n+1} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$ segidak erabiliz, aztertu $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)$

funtzioaren limitea $x = 0$ puntuan.

b) Izan bitez $f(x)$ eta $g(x)$ irudiko grafikoei dagozkien funtzioak. Aztertu $h(x) = g(f(x))$

funtzioaren ahurtasuna/ganbeltasuna (1,2) tartean.



Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 6 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

3. Enuntziatu Kalkulu Infinitesimalaren oinarritzko teorema eta erabili Barrow-en erregela frogatzeko.

Ebaluatutako gaitasunak: 4. GAIT. Ebaluazioa:

4. GAIT: 10 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

4. $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ funtzioa berretura seriez garatu $a = 0$ puntuan.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

5. a) Izan bedi $y(x)$ funtzioa non $y(x) > 0, y'(x) > 0 \quad \forall x \in [a, b]$. Ordenatu txikienetik handienara ondorengo eran definitutako I_1, I_2 eta I_3 balioak:

$I_1: \int_a^b y(x) dx$ balio hurbildua, azpitarte bakoitzaren ezkerreko muturra erabiliz lortu dena.

$I_2: \int_a^b y(x) dx$ balio hurbildua, azpitarte bakoitzaren eskuineko muturra erabiliz lortu dena.

$I_3: \int_a^b y(x) dx$ balio zehatza.

Erantzuna arrazoitu.

b) $\int \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x - 4 \cos^2 x} dx$ kalkulatu

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 5 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 4 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

6. Izan bedi $D: y = 2x - x^2$ funtzioaren grafikoak eta funtzioaren OX ardatzarekiko ebaki puntuetako ukitzaileek mugatutako eremua.

a) D eremua marraztu.

b) D -ren azalera kalkulatu.

c) D eremua OX ardatzarekiko biratzean sortutako gorputzaren bolumena kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60