

	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA
	CÁLCULO. INDUSTRIALES. CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA
	27 de junio de 2019

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____.

D.N.I.: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____.

PRIMER CUATRIMESTRAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.

2. Se valorará la presentación.

1. a) Calcular y representar gráficamente el lugar geométrico de los afijos de los números complejos z que verifican la siguiente condición:

$$\arg\left(\frac{z+i}{z-i}\right) = \frac{\pi}{4}$$

b) Obtener, sin calcular, el lugar geométrico de los afijos de los números complejos z que verifican la condición $|z - (i+1)| + |z - (i-1)| = 1$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

2. Dados $a, b \in \mathbb{R}$, se considera la sucesión de término general $x_n = \begin{cases} \frac{-a}{n} & \text{si } n < 10 \\ b(-1)^n & \text{si } n \geq 10 \end{cases}$.

a) Determinar a y b sabiendo que el valor $M = 3$ es el supremo de $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, el valor $m = -2$ es el ínfimo de $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ y que $|x_{10} - x_9| = \frac{7}{3}$.

b) Estudiar el crecimiento/decrecimiento de la sucesión $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ y su convergencia.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 3 puntos por el cálculo.

COMP 4: 6 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. Sea la función $y(x) = 4x - x^2$, $0 \leq x \leq 4$. Hallar los vértices del rectángulo de área máxima inscrito en el recinto limitado por la gráfica de $y(x)$ y el eje de abscisas, sabiendo que dos vértices consecutivos están sobre el eje OX .

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. a) Calcular las rectas tangentes de la función $f(x) = x^2 + 4$ en los puntos de abscisas $x = -2$ y $x = 2$.

b) Calcular el área del recinto D limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y las rectas tangentes obtenidas en el apartado anterior.

c) Calcular el volumen generado al girar el recinto D alrededor del eje OX .

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 9 puntos por el cálculo.

COMP 4: 1 punto por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. INDUSTRIALAK. EZOHIKO DEIALDIA
	2019ko ekainaren 27

ABIZENAK: _____ IZENA: _____.

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____.

LEHENENGO LAUHILEKOA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.

2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. a) Ondorengo baldintza betetzen duten z zenbaki konplexuen afixuen leku geometrikoa kalkulatu eta marraztu:

$$\arg\left(\frac{z+i}{z-i}\right) = \frac{\pi}{4}$$

b) Lortu, eragiketak egin gabe, $|z-(i+1)| + |z-(i-1)| = 1$ baldintza betetzen duten z zenbaki konplexuen afixuen leku geometrikoa.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkulagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Izan bedi $x_n = \begin{cases} \frac{-a}{n} & n < 10 \\ b(-1)^n & n \geq 10 \end{cases}$ bada gai orokorra duen segida, $a, b \in \mathbb{R}$ izanik.

a) Lortu a eta b -ren balioak jakinik, $M = 3$ balioa $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ segidaren gorena, $m = -2$ balioa $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ -ren beherena eta $|x_{10} - x_9| = \frac{7}{3}$ direla.

b) Aztertu $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ segidaren gorakortasuna/beherakortasuna eta konbergentzia.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 3 puntu kalkulagatik.

4. GAIT: 6 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. Izan bedi $y(x) = 4x - x^2$, $0 \leq x \leq 4$ funtzioa. Kalkulatu $y(x)$ -ren grafikoak eta abzisa-ardatzak mugatutako eremuan inskribatu daitekeen azalera maximodun laukizuzenaren erpinak, jakinik ondoz ondokoak diren bi erpin OX ardatzaren gainean daudela.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. a) Kalkulatu $f(x) = x^2 + 4$ funtzioaren zuzen ukitzaileak $x = -2$ eta $x = 2$ abzisak dituzten puntuetan.

b) Kalkulatu $f(x)$ funtzioaren grafikoak eta aurreko atalean lortutako zuzen ukitzaileek mugatutako D eremuaren azalera.

c) Kalkulatu D eremua OX ardatzarekiko biratzean sortutako gorputzaren bolumena.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 9 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 1 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

D.N.I.: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____

SEGUNDO CUATRIMESTRAL

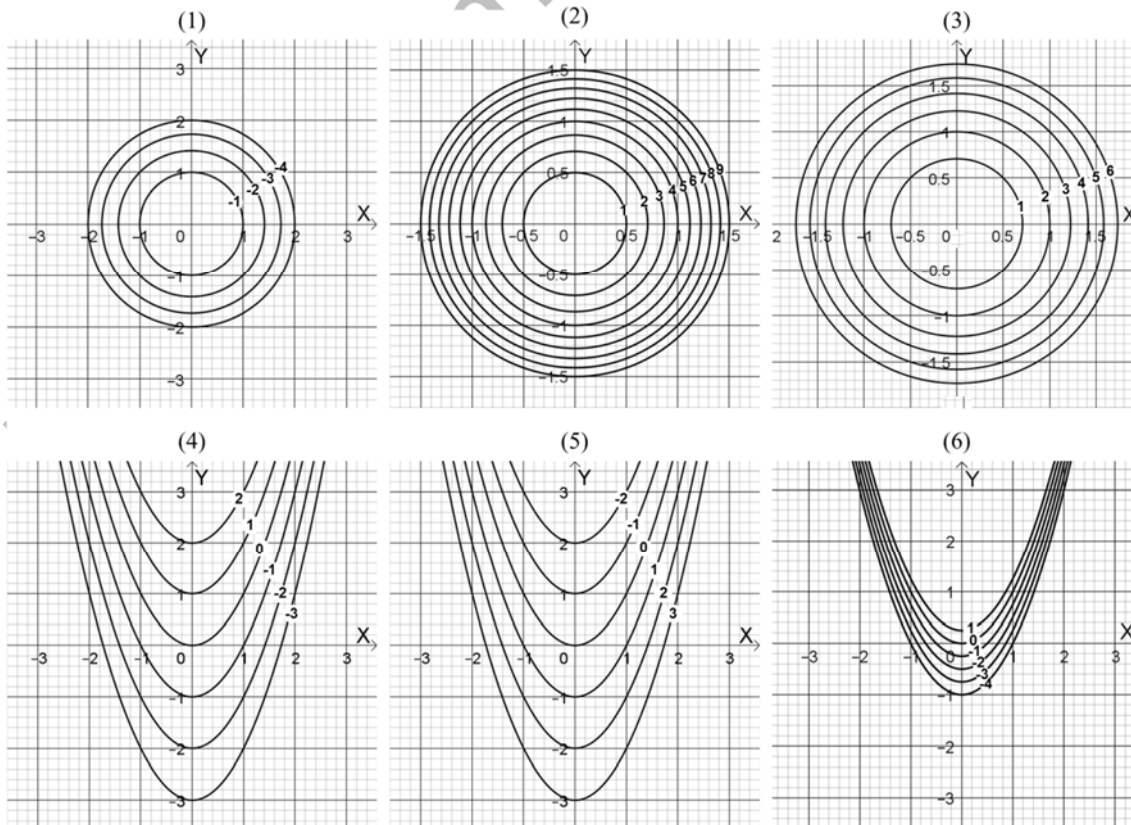
Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.

2. Se valorará la presentación.

1. Las gráficas (1) a (6) muestran diagramas de curvas de nivel de seis diferentes funciones de dos variables $F(x, y)$. Observa que en cada curva de nivel se indica la correspondiente cota de z .



Sean los siguientes valores de derivadas parciales de las funciones $F(x, y)$ en el punto $P(1, 0)$. Con estos datos, decir en cada caso (a), b), c), d), e), f)) qué diagrama de curvas de nivel (1, 2, 3, 4, 5 ó 6) le corresponde a la función que tiene esos valores de derivadas parciales en $P(1, 0)$. Razona tu respuesta.

	$F_x(1, 0)$	$F_y(1, 0)$
a)	2	-1
b)	-2	0
c)	8	0
d)	-2	1
e)	4	0
f)	-8	4

Competencias evaluadas: COMP1 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 4 puntos por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 4: 6 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

2. Sea la integral $\int_{AB} (yz + y - 1) dx + (xz + x) dy + (xy + 3z^2) dz$ con $A(0, 2, 0)$ y $B(\sqrt{2}, 1, 1)$

a) Estudiar si la integral depende del camino recorrido.

b) Calcular, si existe, la función potencial $f(x, y, z)$.

c) Calcular el valor de la integral.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. Resolver la EDO $y'' - 3y' + 2y = 2xe^x$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. Utilizando la transformada de Laplace resolver el sistema
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 2y(t) \\ y'(t) = -2x(t) + y(t) \\ x(0) = 1; y(0) = 0 \end{cases}$$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. INDUSTRIALAK. EZOHIKO DEIALDIA
	2019ko ekainaren 27

ABIZENAK: _____ IZENA: _____.

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____.

BIGARREN LAUHILEKOA

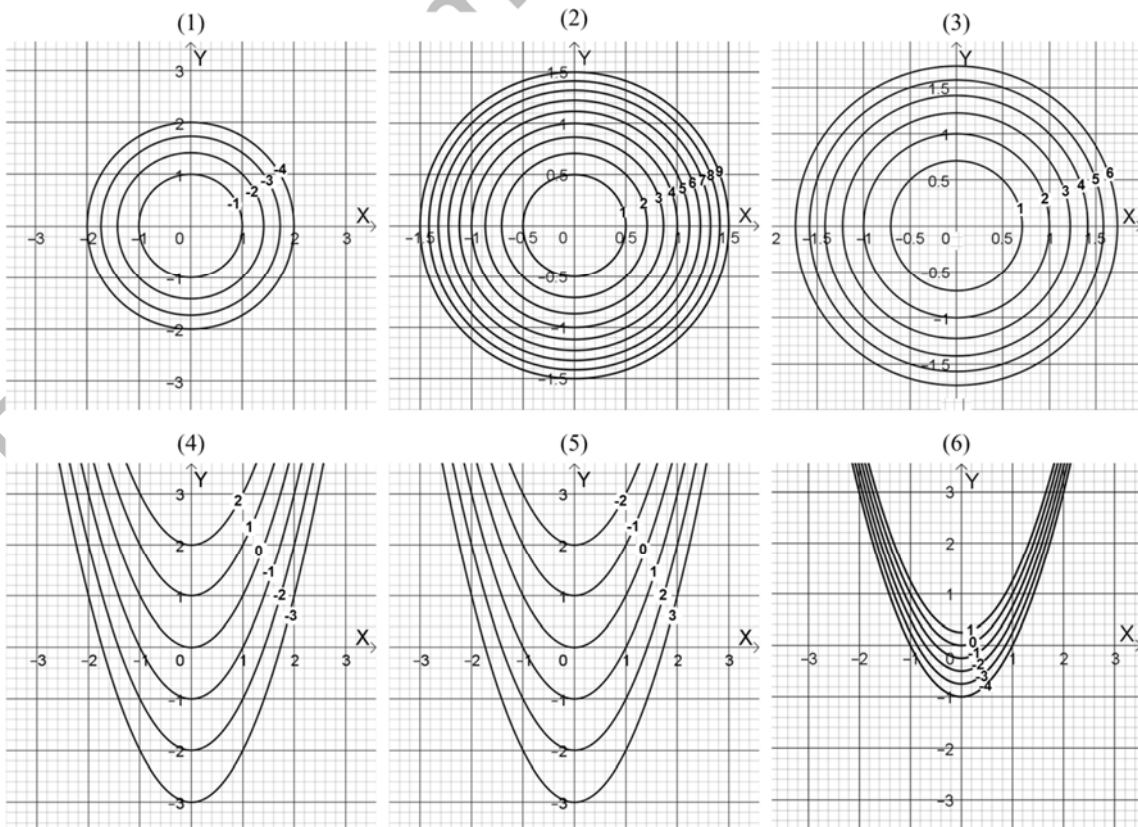
1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.

2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. (1)-(6) irudietan bi aldagaietako $F(x, y)$ sei funtzio ezberdinen maila-kurben diagramak daude ikusgai. Maila-kurba bakoitzean dagokion z -ren kota adierazten dela ikus daiteke.



Izan bitez $F(x, y)$ funtzioen $P(1,0)$ puntuko deribatu partzialen ondorengo balioak. Datu hauekin, adierazi kasu bakoitzean (a), b), c), d), e), f)) zein den $P(1,0)$ puntuan deribatu partzialen balio horiek dituen funtzioari dagokion maila-kurben diagrama (1, 2, 3, 4, 5 edo 6). Erantzuna arrazoitu.

	$F_x(1,0)$	$F_y(1,0)$
a)	2	-1
b)	-2	0
c)	8	0
d)	-2	1
e)	4	0
f)	-8	4

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 4 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

4. GAIT: 6 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Izan bedi $\int_{AB} (yz + y - 1) dx + (xz + x) dy + (xy + 3z^2) dz$ integrala non $A(0,2,0)$ eta

$B(\sqrt{2}, 1, 1)$ diren.

a) Aztertu integrala bidearen menpe dagoen.

b) Kalkulatu, existitzen bada, $f(x, y, z)$ funtzio potentziala.

c) Integralaren balioa kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. $y'' - 3y' + 2y = 2xe^x$ EDA ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. Laplaceren transformatua erabiliz $\begin{cases} x'(t) = x(t) + 2y(t) \\ y'(t) = -2x(t) + y(t) \\ x(0) = 1; y(0) = 0 \end{cases}$ sistema ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40