

 Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA CÁLCULO CONVOCATORIAS ORDINARIA Y EXTRAORDINARIA mayo y junio 2020
--	--

1. Calcular el volumen del sólido definido por las condiciones siguientes:

$$z \leq 18 - 9x^2 - 3y^2; 9x^2 + 3y^2 \leq (z - 6)^2, z \geq 6$$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

2. Sea la integral $\int_0^1 \left(\int_0^{x^2} dy \right) dx + \int_1^3 \left(\int_0^{\frac{3-x}{2}} dy \right) dx$

- a) Dibujar el dominio de integración.
b) Cambiar el orden de integración y resolver la integral con los nuevos límites.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

3. Calcular de dos formas distintas la integral de línea $I = \oint_L \sqrt{x^2 + y^2} dx + \sqrt{x^2 + y^2} dy$

donde L es la curva $x^2 + y^2 = 4R^2$.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

4. Resolver la EDO $y'' + 9y = -18e^{3x} + 3\cos 3x$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

5. La tasa de crecimiento del número de personas infectadas por cierta enfermedad contagiosa es proporcional al producto de las personas contagiadas y de las no contagiadas. En un

municipio con una población de 100 habitantes, inicialmente hay una persona contagiada y al día siguiente cuatro. ¿En qué momento se habrá contagiado el 90% de la población?

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

6. Sea $\begin{cases} y'(t) + y(t) - 2 \int_0^t y(u) du = t \\ y(0) = 0 \end{cases}$. Utilizando la transformada de Laplace calcular $y(t)$.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

7. Utilizando la transformada de Laplace resolver la EDO $\begin{cases} y'' + y = f(t) \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$, donde

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ \cos(t-2) & t \geq 2 \end{cases}.$$

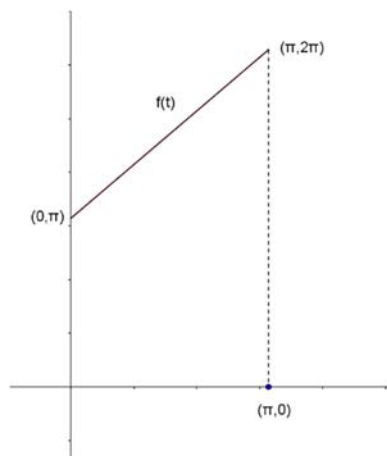
Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

8. Sea $f(t)$ la función definida en el intervalo $(0, \pi)$ que aparece en la figura.



a) Obtener la ampliación impar y periódica de la función $f(t)$.

b) Dibujar la función ampliada.

c) Calcular la serie de Fourier, $S(t)$, de $f(t)$.

d) Calcular los valores de $S(t)$ y $f(t)$ en los puntos $t = 0$ y

$$t = \frac{\pi}{2}.$$

e) Calcular la suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

 Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA KALKULUA OHIKO ETA EZHOIKO DEIALDIAK 2020eko maiatza eta ekaina
--	--

1. Kalkulatu ondorengo baldintzek mugatutako gorputzaren bolumena:

$$z \leq 18 - 9x^2 - 3y^2; 9x^2 + 3y^2 \leq (z - 6)^2, z \geq 6$$

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

2. Izan bedi $\int_0^1 \left(\int_0^{x^2} dy \right) dx + \int_1^3 \left(\int_0^{\frac{3-x}{2}} dy \right) dx$ integrala.

a) Integrazio-eremua marraztu.

b) Integrazio-ordena aldatu eta integrala kalkulatu limite berriak erabiliz.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

3. $I = \oint_L \sqrt{x^2 + y^2} dx + \sqrt{x^2 + y^2} dy$ lerro-integrala bi modu desberdinetan kalkulatu non $L: x^2 + y^2 = 4R^2$ kurba den.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

4. Ondorengo EDA ebatzi: $y'' + 9y = -18e^{3x} + 3\cos 3x$.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

5. Gaixotasun kutsakor baten bidez kutsatutako pertsona kopurua kutsatutako pertsona eta ez kutsatutako pertsona kopuruekiko proportzionala da. Udalerri jakin batean, 100 biztanle duena, hasieran kutsatutako pertsona bakar bat dago eta hurrengo egunean lau. Zein unetan biztanleen % 90 kutsatuta egongo da?

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

6. Izan bedi
$$\begin{cases} y'(t) + y(t) - 2 \int_0^t y(u) du = t \\ y(0) = 0 \end{cases}$$
. Laplaceren transformatua erabiliz, $y(t)$ kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

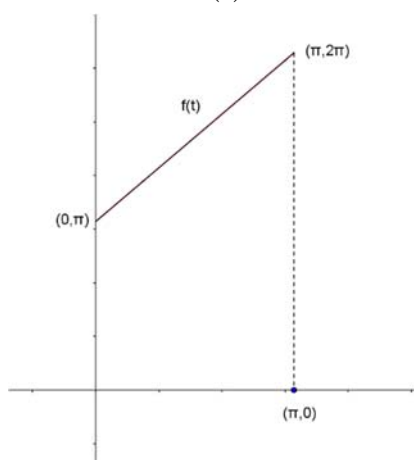
7. Laplaceren transformatua erabiliz, ondorengo EDA ebatzi
$$\begin{cases} y'' + y = f(t) \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases} \quad \text{non}$$

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ \cos(t-2) & t \geq 2 \end{cases} \quad \text{den.}$$

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

8. Izan bedi $f(t)$ irudian agertzen den funtzioa zeina $(0, \pi)$ tartean definitua dagoen.



- a) $f(t)$ funtzioaren hedapen periodikoa eta bakoitia lortu.
- b) Hedatutako funtzioa marraztu.
- c) Kalkulatu $f(t)$ funtzioaren $S(t)$ Fourier-en seriea.
- d) Kalkulatu $S(t)$ eta $f(t)$ -ren balioak $t = 0$ eta $t = \frac{\pi}{2}$ puntuetan.
- e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$ seriearen batura kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).