

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

1. Calcular y representar geométricamente los afijos de los números complejos z que verifican la condición $Re\left(\frac{1+z}{1-z}\right) = 0$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

2. Un rectángulo de perímetro P se gira sobre uno de sus lados para obtener un cilindro circular recto. Calcular las dimensiones que maximizan el volumen del cilindro.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. Sea la función $F(x) = \int_0^x \frac{1}{t^2 + 2t + 2} dt$.

- Toma $F(x)$ el valor 0? Razonar la respuesta.
- Estudiar el crecimiento/decrecimiento de $F(x)$ en $\mathbb{R}$.
- Estudiar la concavidad/convexidad de $F(x)$ en $\mathbb{R}$.
- Dibujar el gráfico de $F(x)$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 6 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. Sea la función $z = f(x, y)$ tal que $xz + \ln(z) = y$. Calcular un vector perpendicular a la curva de nivel $f(x, y) = 1$ en el punto $(0, 0)$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 6 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

ABIZENAK: _____ IZENA _____

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

1. $Re\left(\frac{1+z}{1-z}\right) = 0$ baldintza betetzen dituzten z zenbaki konplexuen afixuen leku geometrikoa kalkulatu eta marraztu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Zilindro zirkular zuzen bat lortzeko P perimetroko laukizuzen bat biratzen da bere alde baten inguruan. Zeintzuk dira bolumen maximoa duen zilindroa sortzen duten laukizuzenaren dimentsioak?

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. Izan bedi $F(x) = \int_0^x \frac{1}{t^2 + 2t + 2} dt$ funtzioa.

- Hartzen al du $F(x)$ funtzioak 0 balioa? Erantzuna arrazoitu.
- Aztertu $F(x)$ funtzioaren gorakortasuna/beherakortasuna $\mathbb{R}$ -n.
- Aztertu $F(x)$ funtzioaren ahurtasuna/ganbiltasuna $\mathbb{R}$ -n.
- $F(x)$ -ren grafikoak marraztu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 6 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. Izan bedi $z = f(x, y)$ funtzioa non $xz + \ln(z) = y$ den. Kalkulatu $(0, 0)$ puntuan $f(x, y) = 1$ maila-lerroarekiko perpendikularra den bektore bat.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 6 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

1. Sea la integral $\int_{-a}^a \left(\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dy \right) dx$. Calcular los posibles valores de a tales que el volumen de la superficie $f(x, y) = +\sqrt{x^2 + y^2}$ en dicho recinto sea igual a $\frac{9\pi}{8}$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

2. Resolver la EDO $y'' + 16y = \frac{1}{\sin 4x}$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. Utilizando la transformada de Laplace resolver la EDO $\begin{cases} y'' + y = f(t) \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$, donde
- $$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ \cos(t - 2) & t \geq 2 \end{cases}.$$

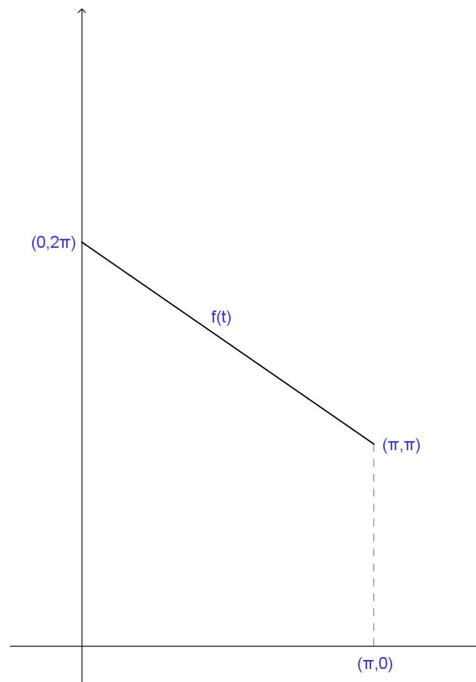
Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. Sea $f(t)$ la función definida en el intervalo $(0, \pi)$ que aparece en la figura.



- a) Obtener la ampliación par y periódica de la función $f(t)$.
- b) Dibujar la función ampliada.
- c) Calcular la serie de Fourier, $S(t)$, de $f(t)$.
- d) Calcular los valores de $S(t)$ y $f(t)$ en los puntos $t = 0$ y $\frac{\pi}{2}$.
- e) Calcular la suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

ABIZENAK: _____ IZENA _____

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

1. Izan bedi $\int_{-a}^a \left(\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dy \right) dx$ integrala. Kalkulatu a -ren zein balioetarako $f(x, y) = +\sqrt{x^2 + y^2}$ gainazalaren bolumena eremu horretan $\frac{9\pi}{8}$ den.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. $y'' + 16y = \frac{1}{\sin 4x}$ EDA ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. Laplace-ren transformatua erabiliz, $\begin{cases} y'' + y = f(t) \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$ EDA ebatzi non $f(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ \cos(t-2) & t \geq 2 \end{cases}$ den.

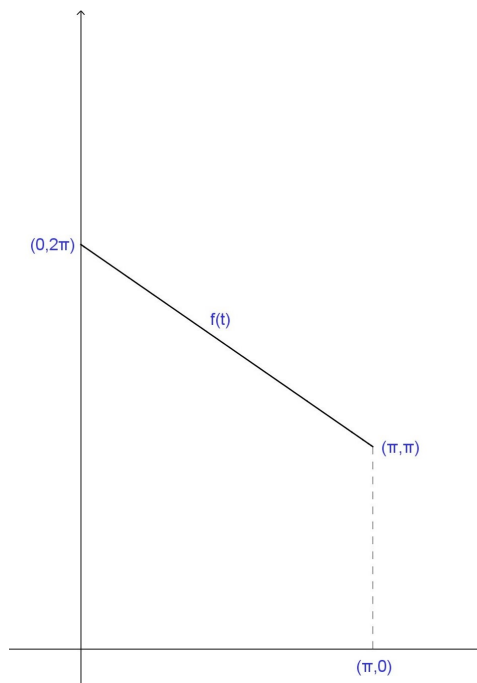
Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. Izan bedi $f(t)$ irudian agertzen den funtzioa, $(0, \pi)$ tartean definitua dagoena.



- a) $f(t)$ funtzioaren hedapen periodikoa eta bikoitia lortu.
- b) Hedatutako funtzioa marraztu.
- c) Kalkulatu $f(t)$ funtzioaren $S(t)$ Fourier-en seriea.
- d) Kalkulatu $S(t)$ eta $f(t)$ -ren balioak $t = 0$ eta $\frac{\pi}{2}$ puntuetan.
- e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ seriearen batura kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40