

	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA CÁLCULO. CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 29 de junio de 2022
---	---

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____

PRIMER CUATRIMESTRAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Resolver y representar gráficamente las soluciones de la ecuación compleja $z^4 \bar{z} i + 1 = 0$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

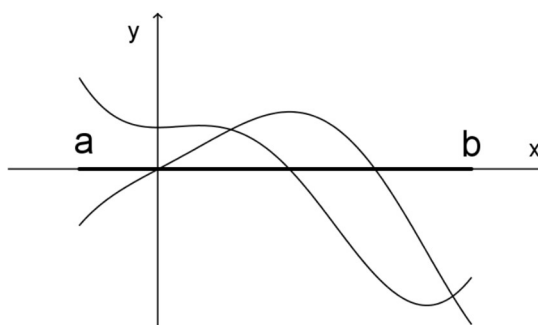
Puntos: 10/40

2. La figura muestra las gráficas de una función $y(x)$ y de su derivada $y'(x)$, definidas en un intervalo (a, b) . Se pide:

a) Identificar de forma razonada qué gráfica corresponde a $y(x)$ y qué gráfica corresponde a $y'(x)$.

b) Estudiar el crecimiento/decrecimiento y los extremos de la nueva función

$$h(x) = e^{-2x} y^2(x).$$



Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 5 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. a) Sea la función $f(x) = 3 + \int_0^x \frac{1 + \sin t}{2 + t^2} dt$ definida $\forall x \in \mathbb{R}$. Calcular el polinomio de McLaurin de orden 2 de $f(x)$.

b) Sea la elipse $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$. Calcular el volumen del elipsoide generado al girar la elipse alrededor del eje OY.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

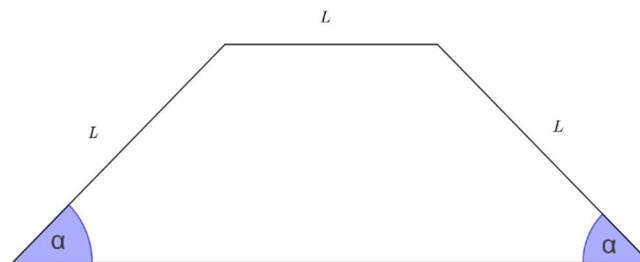
COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. Se desea construir un pórtico simétrico de área máxima utilizando tres barras de longitud L . ¿Cuál debería ser el ángulo α ?



Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 1 punto por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. EZOHIKO DEIALDIA
	2022eko ekainaren 29a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____

LEHENENGO LAUHILEKOA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Ebatzi $z^4 \bar{z}i + 1 = 0$ ekuazio konplexua eta lortutako soluzioak marraztu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

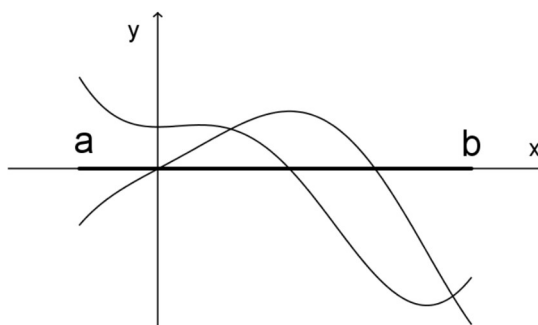
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Ondorengo irudian (a, b) tartean definitutako $y(x)$ eta $y'(x)$ funtzioen grafikoak erakusten dira.

a) Identifikatu, erantzuna arrazoituz, funtzio bakoitzari dagokion grafikoa.

b) Aztertu $h(x) = e^{-2x} y^2(x)$ funtzio berriaren gorakortasuna/beherakortasuna eta mutur erlatiboak.



Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 5 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. a) Izan bedi $f(x) = 3 + \int_0^x \frac{1 + \sin t}{2 + t} dt \quad \forall x \in \mathbb{R}$ eran definitutako funtzioa. Kalkulatu

$f(x)$ funtzioaren McLaurin-en 2. ordenako polinomioa.

b) Izan bedi $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$ elipsea. Kalkulatu elipsea OY ardatzarekiko biratzean sortutako elipsoidearen bolumena.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

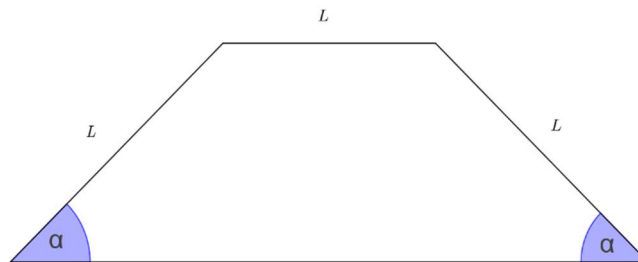
1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. L luze diren hiru barra erabiliz, azalera maximodun arkupe simetriko bat eraiki nahi da. Zein izan beharko litzateke α angelua?



Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 1 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA
	CÁLCULO. CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA
	29 de junio de 2022

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____

SEGUNDO CUATRIMESTRAL

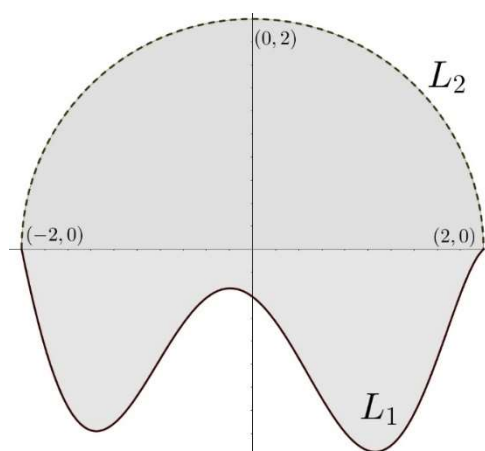
Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Calcular el valor de la integral curvilínea $I = \int_{L_1} -y dx + x dy$ sabiendo que el área sombreada de la figura vale $A = 10$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4.
 Evaluación:
 COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.
 COMP 2: 7 puntos por el cálculo.
 COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).



Puntos: 10/40

2. Sean las EDOs $y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2}$; $xy' - y = x^3$; $\frac{-e^y}{2y + xe^y} = y'$. Una de ellas es exacta, otra homogénea y la otra lineal. Decir de qué tipo es cada una y resolver la que sea exacta.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:
 COMP 2: 8 puntos por el cálculo.
 COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. Utilizando la transformada de Laplace resolver el sistema
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. Sea $f(t)$ la función periódica de periodo $T = 2\pi$ definida de la siguiente forma:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq t \leq 0 \\ t & 0 < t < \pi \end{cases}$$

a) Dibujar la función periódica $f(t)$.

b) Calcular la serie de Fourier, $S(t)$, de $f(t)$.

c) Calcular los valores de $S(t)$ y $f(t)$ en los puntos $t = 0$ y $t = 3\pi$.

d) Obtener la suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. EZOHIKO DEIALDIA
	2022eko ekainaren 29a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____

BIGARREN LAUHILEKOA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

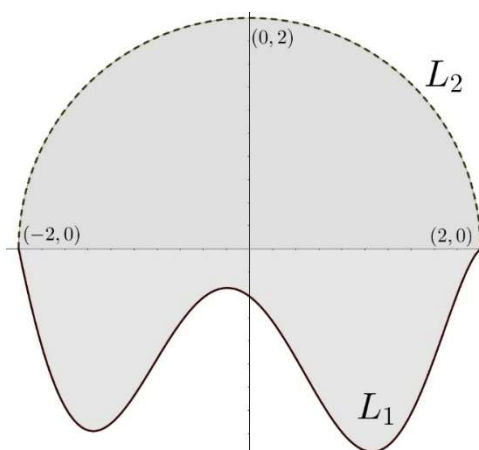
OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Kalkulatu $I = \int_{L_1} -y \, dx + x \, dy$ lerro-integralaren balioa, jakinik itzaleztatutako eremuaren azalera $A = 10$ dela.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).



Puntuak: 10/40

2. Izan bitez ondorengo EDak: $y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2}$; $xy' - y = x^3$; $\frac{-e^y}{2y + xe^y} = y'$.

Hauetako bat zehatza da, beste bat homogeneoa eta beste bat lineala. Esan zein motakoa den bakoitza eta ebatzi zehatza dena.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. Laplace-ren transformatua erabiliz,
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$
 sistema ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. Izan bedi $f(t)$ ondorengo eran definitutako $T = 2\pi$ periodoko funtzio periodikoa:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq t \leq 0 \\ t & 0 < t < \pi \end{cases}$$

- a) Marraztu $f(t)$ funtzio periodikoa.
- b) Kalkulatu $f(t)$ funtzioaren $S(t)$ Fourier-en seriea.
- c) Kalkulatu $S(t)$ eta $f(t)$ -ren balioak $t = 0$ eta $t = 3\pi$ puntuetan.
- d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ seriearen batura lortu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA CÁLCULO. CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 29 de junio de 2022
---	---

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Resolver y representar gráficamente las soluciones de la ecuación compleja $z^4 \bar{z} i + 1 = 0$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

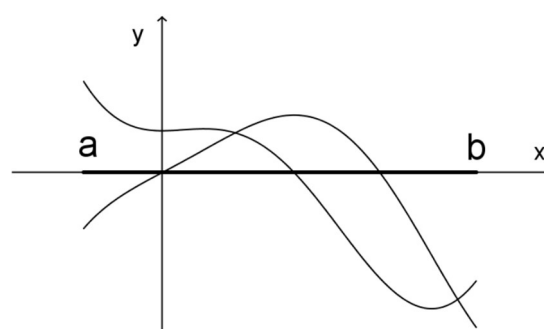
Puntos: 10/60

2. La figura muestra las gráficas de una función $y(x)$ y de su derivada $y'(x)$, definidas en un intervalo (a, b) . Se pide:

a) Identificar de forma razonada qué gráfica corresponde a $y(x)$ y qué gráfica corresponde a $y'(x)$.

b) Estudiar el crecimiento/decrecimiento y los extremos de la nueva función

$$h(x) = e^{-2x} y^2(x).$$



Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 5 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

3. a) Sea la función $f(x) = 3 + \int_0^x \frac{1 + \sin t}{2 + t} dt$ definida $\forall x \in \mathbb{R}$. Calcular el polinomio de McLaurin de orden 2 de $f(x)$.

b) Sea la elipse $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$. Calcular el volumen del elipsoide generado al girar la elipse alrededor del eje OY.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

4. Calcular el valor de la integral curvilínea $I = \int_{L_1} -y dx + x dy$ sabiendo que el área sombreada de la figura vale $A = 10$.

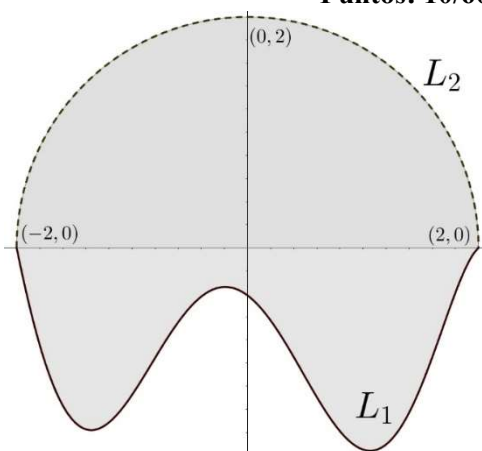
Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4.

Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).



Puntos: 10/60

5. Sean las EDOs $y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2}$; $xy' - y = x^3$; $\frac{-e^y}{2y + xe^y} = y'$. Una de ellas es exacta, otra homogénea y la otra lineal. Decir de qué tipo es cada una y resolver la que sea exacta.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

6. Utilizando la transformada de Laplace resolver el sistema
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA KALKULUA. EZOHIKO DEIALDIA 2022eko ekainaren 29a
---	--

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	5. ariketa	6. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Ebatzi $z^4 \bar{z}i + 1 = 0$ ekuazio konplexua eta lortutako soluzioak marraztu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

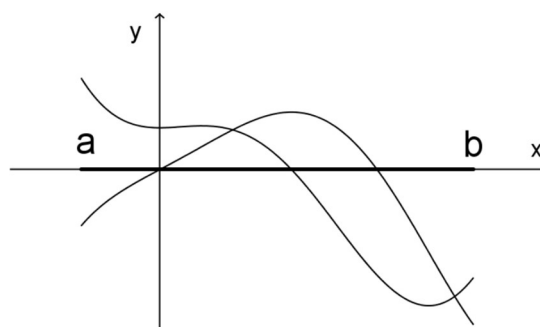
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

2. Ondorengo irudian (a, b) tartean definitutako $y(x)$ eta $y'(x)$ funtzioen grafikoak erakusten dira.

a) Identifikatu, erantzuna arrazoituz, funtzio bakoitzari dagokion grafikoa.

b) Aztertu $h(x) = e^{-2x} y^2(x)$ funtzio berriaren gorakortasuna/beherakortasuna eta mutur erlatiboak.



Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 5 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

3. a) Izan bedi $f(x) = 3 + \int_0^x \frac{1 + \sin t}{2 + t} dt \quad \forall x \in \mathbb{R}$ eran definitutako funtzioa. Kalkulatu $f(x)$ funtzioaren McLaurin-en 2. ordenako polinomioa.

b) Izan bedi $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$ elipsea. Kalkulatu elipsea OY ardatzarekiko biratzean sortutako elipsoidearen bolumena.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

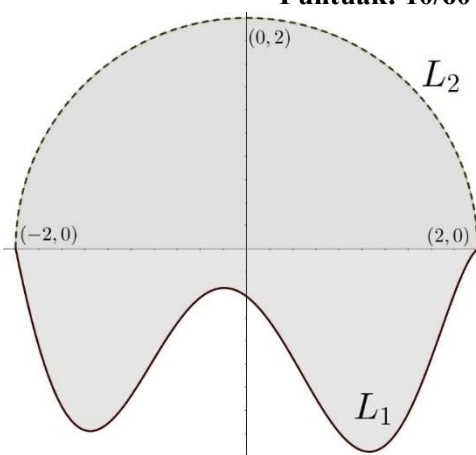
4. Kalkulatu $I = \int_{L_1} -y dx + x dy$ lerro-integralaren balioa, jakinik itzaleztatutako eremuaren azalera $A = 10$ dela.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).



Puntuak: 10/60

5. Izan bitez ondorengo EDAk: $y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2}$; $xy' - y = x^3$; $\frac{-e^y}{2y + xe^y} = y'$.

Hauetako bat zehatza da, beste bat homogeneoa eta beste bat lineala. Esan zein motakoa den bakoitza eta ebatzi zehatza dena.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

6. Laplace-ren transformatua erabiliz, $\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - 3y(t) \\ y'(t) = 3x(t) + 2y(t) \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 0 \end{cases}$ sistema ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60