

	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA
	CÁLCULO. CONVOCATORIA ORDINARIA
	10 de junio de 2022

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____

PRIMER PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. a) Calcular el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que el número complejo $z = \frac{8+8i}{a-2i}$ sea imaginario puro.
- b) Sea $z_1 = 3+ai$, donde a es el valor obtenido en el apartado anterior. Calcular y representar gráficamente el lugar geométrico de los afijos de los números complejos z que verifican las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} |z - z_1| \leq |\bar{z} + \bar{z}_1| \\ |z - (\bar{z}_1 - i)| \geq 2 \end{cases}$$

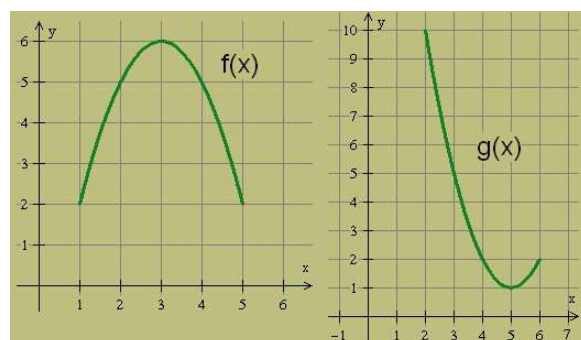
Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

2. Sean $f(x)$ y $g(x)$ las funciones cuyas gráficas se muestran en la figura. Decir, razonando formalmente, si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:



- a) La función $f^{-1}(x)$ definida en el intervalo $(3,4)$ es decreciente.
- b) La función $f^{-1}(x)$ definida en el intervalo $(3,4)$ es convexa.
- c) La función $h(x) = g(f(x))$ es creciente en el intervalo $(1,2)$.
- d) La función $h(x) = g(f(x))$ es cóncava en el intervalo $(1,2)$.
- e) Sea $P_2(x) = a + b(x-4) + c(x-4)^2$ el polinomio de Taylor de orden 2 de $f(x)$.
Entonces $a > 0, b < 0, c > 0$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

- 3. a) Calcular el desarrollo en serie de McLaurin de $f(x) = e^{|x|}$
- b) Calcular el desarrollo en serie de McLaurin de $g(x) = x^2 \sen x$
- c) Obtener $g^{(24)}(0)$ y $g^{(25)}(0)$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

- 4. Utilizando la integral definida calcular el volumen de un cono de radio r y altura h .

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. OHIKO DEIALDIA
	2022eko ekainaren 10a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____

LEHENENGO LAUHILEKOA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. a) Kalkulatu $a \in \mathbb{R}$ balioa $z = \frac{8+8i}{a-2i}$ zenbaki konplexua irudikari husta izan dadin.
b) Izan bedi $z_1 = 3+ai$, non a aurreko atalean lortutako balioa den. Ondorengo baldintzak betetzen duten z konplexuen afixuen leku geometrikoa kalkulatu eta marraztu:

$$\begin{cases} |z - z_1| \leq |\bar{z} + \bar{z}_1| \\ |z - (\bar{z}_1 - i)| \geq 2 \end{cases}$$

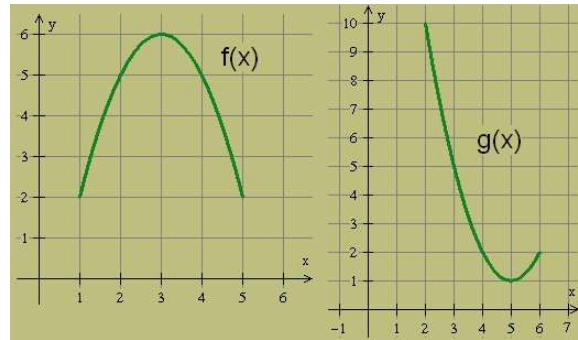
Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Izan bitez $f(x)$ eta $g(x)$ bi funtzio non beraien grafikoak irudian agertzen diren. Esan, formalki arrazoituz, ondorengo baieztapeak egiazkoak edo faltsuak diren:



- $(3,4)$ tartean definitutako $f^{-1}(x)$ funtzioa beherakorra da.
- $(3,4)$ tartean $f^{-1}(x)$ funtzioa ganbila da.
- $h(x) = g(f(x))$ funtzioa gorakorra da $(1,2)$ tartean.
- $h(x) = g(f(x))$ funtzioa ahurra da $(1,2)$ tartean.
- Izan bedi $P_2(x) = a + b(x-4) + c(x-4)^2$ $f(x)$ funtzioaren bigarren ordenako Taylor-en polinomioa. Orduan, $a > 0, b < 0, c > 0$.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

- GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
- GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
- GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

- $f(x) = e^{|x|}$ funtzioaren McLaurin-en seriezko garapena kalkulatu.
- $g(x) = x^2 \sin x$ funtzioaren McLaurin-en seriezko garapena kalkulatu.
- $g^{(24)}(0)$ eta $g^{(25)}(0)$ lortu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

- GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
- GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
- GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

- Integral mugatua erabiliz, r erradioko eta h altuerako kono baten bolumena lortu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

- GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
- GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
- GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA CÁLCULO. CONVOCATORIA ORDINARIA 10 de junio de 2022
---	--

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ TITULACIÓN: _____ GRUPO: _____

SEGUNDO PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Sea S el sólido definido por las condiciones $x^2 + y^2 \leq z$; $x^2 + y^2 \leq (z-6)^2$; $0 \leq z \leq 6$

- a) Dibujar el sólido S .
- b) Calcular el área de la superficie de S .

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

2. Resolver la EDO $y'' + y' - 6y = -e^{2x} + 12x^2 + 2x + 3$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

3. Calcular $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s+3}{s^2+4s+5}\right)$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

4. Un petrolero ha naufragado y contaminado la superficie de cierta región marina. Las embarcaciones de limpieza que operan en la zona tienen la misión de ir recogiendo crudo de la superficie, pero moviéndose siempre en la trayectoria en la que mayor concentración de crudo encuentren. Se ha estimado que la concentración de crudo en cada punto (x, y) de esa zona viene dada por la función $F(x, y) = x^2 + y^2 + xy$. Supongamos que una embarcación de limpieza se encuentra en el punto $(1, 1)$ y que se desea calcular la trayectoria $(x(t), y(t))$ que deberá seguir.

a) Plantear el sistema de ecuaciones diferenciales y las condiciones iniciales que deben verificar $x(t)$ e $y(t)$.

b) Utilizando la transformada de Laplace resolver el sistema anterior y obtener $x(t)$ e $y(t)$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

5. Sea $f(t)$ la función periódica de período $T = 2\pi$ definida de la siguiente forma:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & \pi < t < 2\pi \end{cases}$$

a) Dibujar la función periódica $f(t)$.

b) Calcular la serie de Fourier, $S(t)$, de $f(t)$.

c) Calcular los valores de $S(t)$ y $f(t)$ en los puntos $t = 4\pi$ y $t = \frac{\pi}{2}$.

d) Obtener la suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. OHIKO DEIALDIA
	2022eko ekainaren 10a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ TITULAZIOA: _____ TALDEA: _____

BIGARREN LAUHILEKOA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	5. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Izan bedi $S: x^2 + y^2 \leq z; x^2 + y^2 \leq (z-6)^2; 0 \leq z \leq 6$ baldintzek mugatutako solidoa

- a) Solidoa marraztu.
- b) S -ren gainazalaren azalera kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

2. $y'' + y' - 6y = -e^{2x} + 12x^2 + 2x + 3$ EDA ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

3. $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s+3}{s^2+4s+5}\right)$ kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

4. Petrolio-ontzi bat hondoratu da itsasoko gune baten gainazala kutsatuz. Gune horretan lanean dauden garbiketa-itsasontziek gainazaleko petrolio gordina bildu behar dute, beti aurkitzen duten petrolio gordineko kontzentrazio handieneko ibilbidean mugituz. Estimatu da gune horretako (x, y) puntu bakoitzeko petrolio gordinaren kontzentrazioa $F(x, y) = x^2 + y^2 + xy$ funtzioaren bidez emana dagoela. Demagun garbiketa-itsasontzi bat $(1, 1)$ puntuan dagoela eta kalkulatu nahi dela jarraitu behar duen $(x(t), y(t))$ ibilbidea.

a) Idatzi $x(t)$ eta $y(t)$ bete behar duten ekuazio diferentzialetako sistema eta hasierako baldintzak.

b) Laplace-ren transformatua erabiliz, aurreko sistema ebatzi eta $x(t)$ eta $y(t)$ lortu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

5. Izan bedi $f(t)$ ondorengo eran definitutako $T = 2\pi$ periodoko funtzio periodikoa:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \pi \\ 0 & \pi < t < 2\pi \end{cases}$$

a) Marraztu $f(t)$ funtzio periodikoa.

b) Kalkulatu $f(t)$ funtzioaren $S(t)$ Fourier-en seriea.

c) Kalkulatu $S(t)$ eta $f(t)$ -ren balioak $t = 4\pi$ eta $t = \frac{\pi}{2}$ puntuetan.

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$ seriearen batura lortu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50