

 Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA CÁLCULO. TERCERA EVALUACIÓN 17 de enero de 2023
--	--

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ PROFESOR: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Calcular y representar gráficamente los afijos de los números complejos z que verifican la siguiente condición:

$$\operatorname{Re}\left(\frac{z+2i}{z-2i}\right) > 2$$

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

2. Calcular las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva $4x^2 + y^2 = 72$, sabiendo que dichas rectas tangentes son perpendiculares a la recta $x + 2y + 3 = 0$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP4: 1 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

3. Sea $P_2(x) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3}{4}x^2$ el polinomio de McLaurin de orden 2 de la función $f(x)$. Calcular el polinomio de McLaurin de orden 2 de la función $g(x) = \ln(f(x))$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

4. Sea D el recinto limitado por las condiciones $x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq x$, $x \geq 0$.

- Representar gráficamente el recinto D .
- Calcular el volumen del cuerpo generado al girar el recinto D alrededor del eje OX .
- Calcular el perímetro de D .

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

5. a) Sea $f(x) = \int_0^x |z - 1| dz$.

a.1 Calcular $f(x)$.

a.2 ¿Es derivable la función $f(x)$? Razonar la respuesta.

b) En Estadística, se llama *función de densidad de probabilidad* a una función $f(x)$ definida en $\mathbb{R}$ tal que $f(x) \geq 0$ y $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$. Comprobar que la función $f(x)$ definida de la siguiente forma es una función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{6x}{(1 + 3x^2)^2} & x \geq 0 \end{cases}$$

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. HIRUGARREN EBALUAZIOA
	2023eko urtarrilaren 17a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ IRAKASLEA: _____

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	5. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Ondorengo baldintza betetzen duten z zenbaki konplexuen afixuen leku geometrikoa kalkulatu eta marraztu:

$$\operatorname{Re}\left(\frac{z+2i}{z-2i}\right) > 2$$

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

2. Kalkulatu $4x^2 + y^2 = 72$ kurbaren zuzen ukitzaileen ekuazioak, jakinik zuzen ukitzaile horiek $x + 2y + 3 = 0$ zuzenarekiko perpendikularrak direla.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 1 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

3. Izan bedi $P_2(x) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3}{4}x^2$ $f(x)$ funtzioaren McLaurin-en 2. ordenako polinomioa.

Kalkulatu $g(x) = \ln(f(x))$ funtzioaren McLaurin-en 2. ordenako polinomioa.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

4. Izan bedi $D: x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x, x \geq 0$ baldintzek mugatutako eremua.

a) D eremua marraztu.

b) D eremua OX ardatzarekiko biratzean sortutako gorputzaren bolumena kalkulatu.

c) D eremuaren perimetroa kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

5. a) Izan bedi $f(x) = \int_0^x |z-1| dz$.

a.1 $f(x)$ kalkulatu.

a.2 $f(x)$ funtzioa deribagarria al da? Erantzuna arrazoitu.

b) Estatistikan, $\mathbb{R}$ -n definitutako eta $f(x) \geq 0$ eta $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ baldintzak betetzen dituen $f(x)$ funtzioari *probabilitateko dentsitate-funtzio* deritzo. Egiaztatu ondorengo eran definitutako funtzioa dentsitate-funtzioa dela:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{6x}{(1+3x^2)^2} & x \geq 0 \end{cases}$$

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50