

 Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA CÁLCULO. CUARTA EVALUACIÓN 27 de marzo de 2023
--	---

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ PROFESOR: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Sea $f(x, y)$ una función que cumple las siguientes condiciones:

- En el punto $(1, 1)$ la derivada direccional siguiendo la dirección $(1, 0)$ es 4.
- En el punto $(1, 1)$ la derivada direccional siguiendo la dirección $(1, 1)$ es $\frac{2}{\sqrt{2}}$.

a) Explicar si la función $f(x, y)$ puede ser alguna de las siguientes tres funciones:

$$f_1(x, y) = 3x^2 + y^2$$

$$f_2(x, y) = 2x^2 - y^2$$

$$f_3(x, y) = 2x^2 + y^2$$

- b) Calcular la ecuación del plano tangente en el punto $(1, 1)$.
- c) Partiendo del punto $(1, 1)$, ¿en qué dirección se obtiene la derivada direccional máxima?
- d) Partiendo del punto $(1, 1)$, ¿en qué dirección no variará el valor de f ?

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/30

2. La siguiente integral representa la masa de un sólido:

$$M = \int_0^1 \left(\int_0^{\sqrt{1-x^2}} \left(\int_{-\sqrt{1-x^2-y^2}}^0 (x^2 + y^2 + z^2)^2 dz \right) dy \right) dx$$

- a) Dibujar el dominio de integración.
- b) Calcular la masa.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos:
10/30

3. Sea S el sólido definido por las condiciones $\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{9} \leq y^2$, $y = 1$, $y \geq 0$.

- a) Dibujar el sólido S .
- b) Sabiendo que la densidad en cada punto es $f(x, y, z) = k$, calcular el centro de gravedad de S .

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/30

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. LAUGARREN EBALUAZIOA
	2023eko martxoaren 27a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ IRAKASLEA: _____

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Izan bedi $f(x, y)$ ondorengo baldintzak betetzen dituen funtzioa:

- $(1, 1)$ puntuan $(1, 0)$ norabideko norabide-deribatua 4 da.
- $(1, 1)$ puntuan $(1, 1)$ norabideko norabide-deribatua $\frac{2}{\sqrt{2}}$ da.

a) Azaldu ea $f(x, y)$ ondoko hiru funtzioetakoren bat izan daitekeen:

$$f_1(x, y) = 3x^2 + y^2$$

$$f_2(x, y) = 2x^2 - y^2$$

$$f_3(x, y) = 2x^2 + y^2$$

b) Lortu plano ukitzailearen ekuazioa $(1, 1)$ puntuan.

c) $(1, 1)$ puntutik abiatuz, zein norabidetan lortuko genuke norabide-deribatu maximoa?

d) $(1, 1)$ puntutik abiatuz, zein norabidetan ez da f -ren balioa aldatzen?

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30

2. Ondorengo integralak solido baten masa adierazten du:

$$M = \int_0^1 \left(\int_0^{\sqrt{1-x^2}} \left(\int_{-\sqrt{1-x^2-y^2}}^0 (x^2 + y^2 + z^2)^2 dz \right) dy \right) dx$$

a) Integrazio-eremua marraztu.

b) Masa kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30

3. Izan bedi S $\frac{x^2}{4} + \frac{z^2}{9} \leq y^2$, $y = 1$, $y \geq 0$ baldintzek mugatutako solidoa.

a) S solidoa marraztu.

b) Jakinik puntu bakoitzeko dentsitatea $f(x, y, z) = k$ dela S -ren grabitate-zentroa kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30