

	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA CÁLCULO. CONVOCATORIA ORDINARIA 12 de junio de 2023
---	--

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ PROFESOR: _____

PRIMER PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. $z_1 = 1 + 3i$ y $z_2 = 3 + 4i$ son dos vértices de un triángulo isósceles. Calcular el tercer vértice del triángulo (z_3), sabiendo que la longitud de la altura (h) es el triple de la longitud de la base (o).

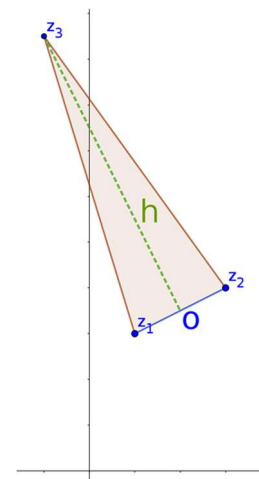
Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

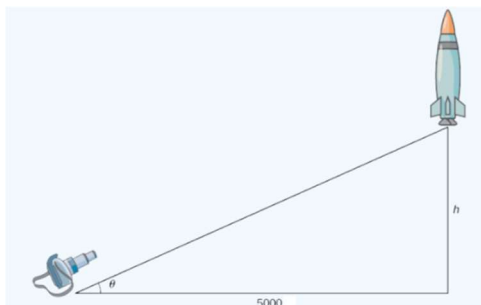
COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40



2. Se lanza un cohete que asciende verticalmente a una velocidad no constante. Se coloca una cámara a 5000 m de la plataforma de lanzamiento que gira con una velocidad angular adecuada para enfocar al cohete. Calcular la velocidad a la que cambia el ángulo de la cámara cuando el cohete se encuentra a 1000 m sobre la plataforma de lanzamiento, sabiendo que en ese instante la velocidad del cohete es de 600 m/s.



Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

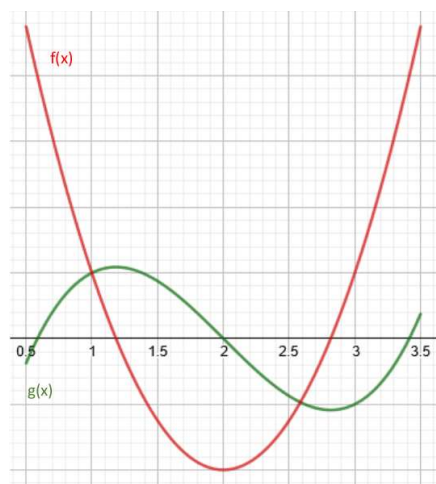
COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 6 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. La siguiente figura muestra las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$ definidas en el intervalo $[0.5, 3.5]$.



- Una de las gráficas corresponde a una función $y(x)$ y la otra a su derivada $y'(x)$. Identificar de forma razonada qué gráfica corresponde a cada una de las funciones.
- Consideremos la función $h(x) = \ln(y(x))$. Obtener su dominio de definición y calcular su derivada.
- Estudiar los intervalos de crecimiento/decrecimiento y los extremos de $h(x)$.
- Sabiendo que $y''(x) < 0$ en el intervalo $(1,2)$, estudiar la concavidad/convexidad de $h(x)$ en dicho intervalo.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

- Calcular el polinomio de McLaurin de orden 2 de la función $f(x) = \ln(x + 3)$.
- Utilizando el polinomio anterior calcular el valor aproximado $\ln 0.9$.
- Acotar el error cometido en dicho cálculo.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA KALKULUA. OHIKO DEIALDIA 2023eko ekainaren 12a
---	--

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ IRAKASLEA: _____

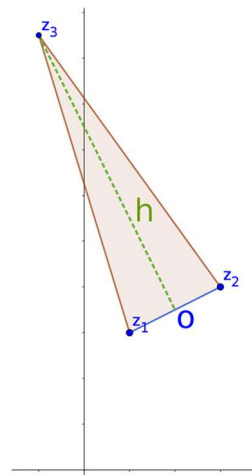
LEHENENGO PARTZIALA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. $z_1 = 1 + 3i$ eta $z_2 = 3 + 4i$ triangelu isoszele bateko bi erpin dira (ikus irudia). Lortu z_3 triangeluaren hirugarren erpina, triangeluaren h altuera o oinarriaren hirukoitza dela jakinik.

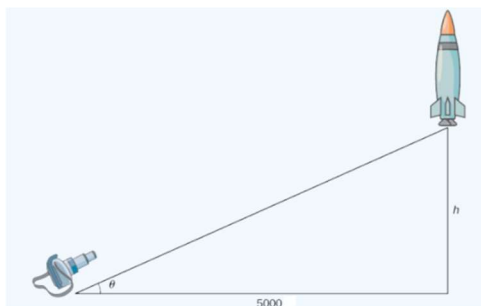


Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Abiadura ez-konstantez bertikalki igotzen den kohete bat jaurtitzen da. Jaurtitze gunetik 5000 m-ra, kohetearen ibilbidea grabatzeko abiadura angeluar egokiarekin biratzen duen kamera bat jartzen da. Kalkulatu kameraren angelua aldatzen deneko abiadura kohetea 1000 m-ko altueran dagoenean, une horretan kohetearen abiadura 600 m/s-takoa dela jakinik.

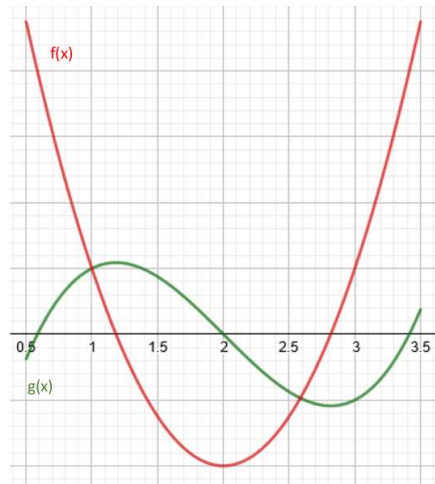


Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 6 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. Ondorengo irudian $[0.5, 3.5]$ tartean definitutako $f(x)$ eta $g(x)$ funtzioen grafikoak azaltzen dira.



- Grafiko horietako bat $y(x)$ funtzioari dagokio eta bestea bere deribatuari, $y'(x)$. Identifikatu, erantzuna arrazoituz, funtzio bakoitzari dagokion grafikoa.
- Izan bedi $h(x) = \ln(y(x))$ funtzioa. Bere definizio-eremua eta deribatua lortu.
- $h(x)$ funtzioaren gorakortasun/beherakortasun tarteak eta muturrak aztertu.
- Jakinik $(1, 2)$ tartean $y''(x) < 0$ dela, $h(x)$ funtzioaren ahurtasuna/ganbeltasuna tarte horretan bertan aztertu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

- $f(x) = \ln(x + 3)$ funtzioaren McLaurin-en 2. ordenako polinomioa lortu.
- Aurreko polinomioa erabiliz, $\ln 0.9$ balio hurbildua kalkulatu.
- Aurreko kalkuluan sortutako errorea bornatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ PROFESOR: _____

SEGUNDO PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Calcular el volumen del sólido limitado por las condiciones $x^2 + y^2 + z^2 \leq 16$
 $x^2 + y^2 \leq 4y$, $z \geq 0$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

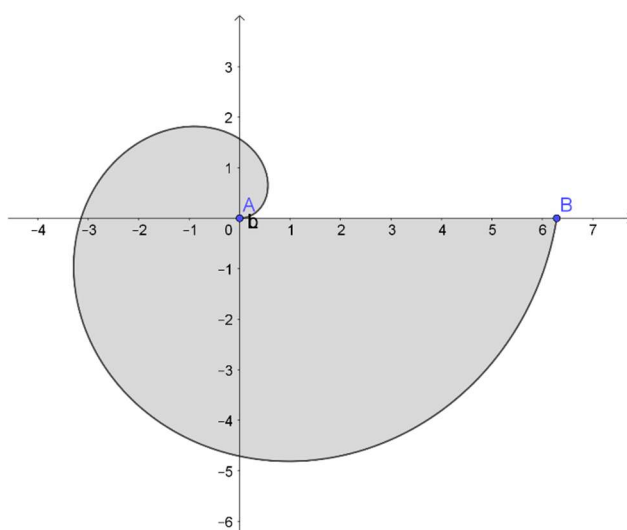
COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

2. Sean el campo vectorial $V = \left(-\frac{y}{2}, \frac{x}{2}\right)$ y la
 espiral definida por las ecuaciones paramétricas
 $x = t \cos t$, $y = t \sin t$.

- a) Calcular el trabajo efectuado por V al trasladar una partícula desde el punto $A = (0,0)$ hasta el punto $B = (2\pi, 0)$ siguiendo la espiral.
- b) Calcular el área de la figura sombreada.



Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4.

Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

3. a) Demostrar que la función $g(y) = \frac{1}{1-y}$ es un factor integrante de la EDO

$$(1-y)\cos x \, dx - dy = 0.$$

b) Resolver la EDO anterior utilizando el factor integrante.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

4. Utilizando la transformada de Laplace, resolver el sistema
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + y(t) - e^t \\ y'(t) = x(t) - y(t) + e^t \\ x(0) = y(0) = 1 \end{cases}$$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 8 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

5. Sea $f(t)$ la función periódica de periodo $T=2$ definida de la siguiente forma:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq 1 \\ \frac{1}{2} & 1 < t \leq 2 \end{cases}$$

a) Dibujar la función periódica $f(t)$.

b) Calcular la serie de Fourier, $S(t)$, de $f(t)$.

c) Calcular los valores de $S(t)$ y $f(t)$ en los puntos $t=0$ y $t=\frac{3}{2}$.

d) Obtener la suma de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. OHIKO DEIALDIA
	2023eko ekainaren 12a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ IRAKASLEA: _____

BIGARREN PARTZIALA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	5. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Kalkulatu $x^2 + y^2 + z^2 \leq 16$, $x^2 + y^2 \leq 4y$, $z \geq 0$ baldintzek mugatutako solidoaren bolumena.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

2. Izan bitez $V = \left(-\frac{y}{2}, \frac{x}{2}\right)$ bektore-eremua eta $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, ekuazio parametrikoez definitutako espirala.

a) Kalkulatu V -k egindako lana partikula bat $A = (0,0)$ puntutik $B = (2\pi,0)$ puntura espiralean zehar doanean.

b) Kalkulatu itzaleztatutako eremuaren azalera.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT.

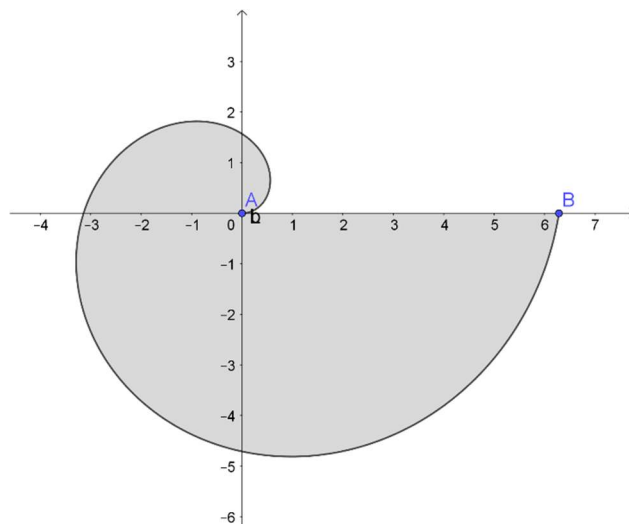
Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50



3. a) Frogatu $g(y) = \frac{1}{1-y}$ funtzioa $(1-y)\cos x \, dx - dy = 0$ EDaren integrazio-

faktore bat dela.

b) Integrazio-faktore hori erabiliz, aurreko EDA ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

4. Laplace-ren transformatua erabiliz,
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + y(t) - e^t \\ y'(t) = x(t) - y(t) + e^t \\ x(0) = y(0) = 1 \end{cases}$$
 sistema ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 8 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

5. Izan bedi $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t \leq 1 \\ \frac{1}{2} & 1 < t \leq 2 \end{cases}$ eran definitutako $T=2$ periodoko funtzio

periodikoa.

a) $f(t)$ funtzio periodikoa marraztu.

b) $f(t)$ funtzioaren $S(t)$ Fourier-en seriea lortu.

c) Kalkulatu $S(t)$ eta $f(t)$ -ren balioak $t=0$ eta $t=\frac{3}{2}$ puntuetan.

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ seriearen batura kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50