

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

PRIMER PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.

2. Se valorará la presentación.

1. Sea el número complejo $z = \frac{2b - 3ai}{3 - 4i}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Calcular los valores de a y b para que z sea imaginario puro y $|z| = 1$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

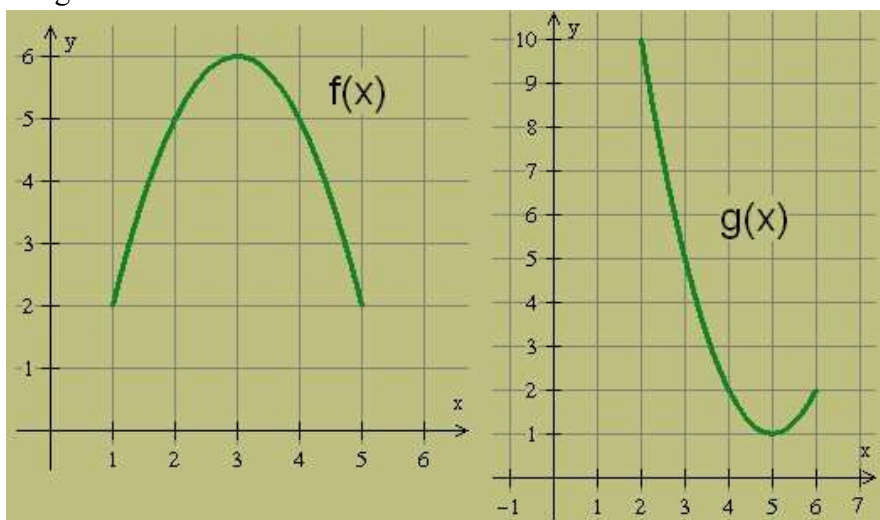
COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/50

2. Sean $f(x)$ y $g(x)$ las funciones cuyas gráficas se muestran en la figura. Decir, razonando formalmente, si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:



a) La función $f^{-1}(x)$ definida en el intervalo $(3, 4)$ es decreciente.

b) La función $f^{-1}(x)$ definida en el intervalo $(3, 4)$ es convexa.

- c) La función $h(x) = g(f(x))$ es creciente en el intervalo $(1, 2)$.
- d) La función $h(x) = g(f(x))$ es cóncava en el intervalo $(1, 2)$.
- e) Sea $P_2(x) = a + b(x-4) + c(x-4)^2$ el polinomio de Taylor de orden 2 de $f(x)$. Entonces $a > 0, b < 0, c > 0$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

3. Sea $y(x)$ una función tal que

$$y'(x) = \frac{y}{x} + \ln x, \quad y(1) = 1.$$

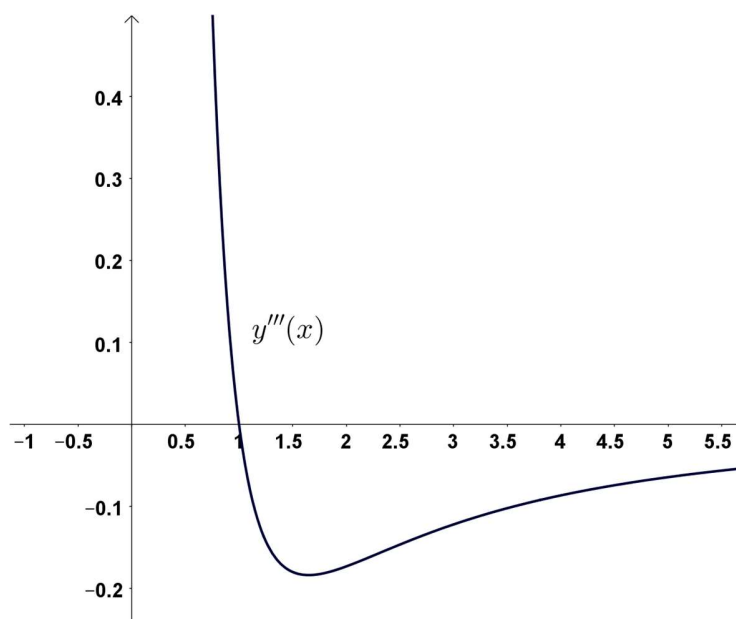
- a) Calcular el polinomio de Taylor de orden 2 de $y(x)$ en el punto $x = 1$.
- b) Supongamos que aproximamos el valor $y(1.5)$ utilizando el polinomio obtenido en el apartado anterior. Acotar el error cometido en dicha aproximación.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).



Puntos: 10/50

4. Calcular las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse en un triángulo isósceles de base 6 cm y altura 12 cm. Obtener el valor de dicha área.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

5. Sea $F(x) = \int_0^x (f(t) + t^2 + t^3) dt$ donde $f(x)$ es una función continua.

a) Calcular $F'(x)$

b) Sabiendo que $f(1) = 1$ y $\int_0^1 f(t) dt = 1$, calcular la ecuación de la recta tangente a la función $F(x)$ en el punto $x = 1$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 5 puntos por el cálculo.

COMP 4: 4 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/50

 Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA KALKULUA. OHIKO DEIALDIA 2024eko ekainaren 10a
--	---

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

LEHENENGO PARTZIALA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	5. ariketa	Nota

OHARRAK:

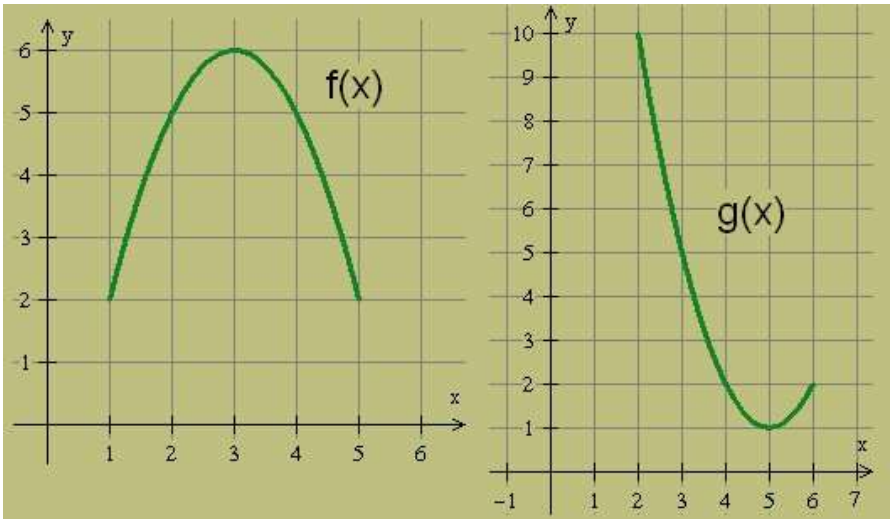
- 1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
- 2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Izan bedi $z = \frac{2b-3ai}{3-4i}$ / $a, b \in \mathbb{R}$ zenbaki konplexua. Kalkulatu a eta b -ren balioak z zenbaki konplexua irudikari hutsa izan dadin eta $|z| = 1$ bete dadin.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:
 1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
 2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
 4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

2. Izan bitez $f(x)$ eta $g(x)$ bi funtzio non beraien grafikoak irudian agertzen diren. Esan, formalki arrazoituz, ondorengo baieztapeak egiazkoak edo faltsuak diren:



- a) (3,4) tartean definitutako $f^{-1}(x)$ funtzioa beherakorra da.
- b) (3,4) tartean $f^{-1}(x)$ funtzioa ganbila da.

- c) $h(x) = g(f(x))$ funtzioa gorakorra da $(1, 2)$ tartean.
- d) $h(x) = g(f(x))$ funtzioa ahurra da $(1, 2)$ tartean.
- e) Izan bedi $P_2(x) = a + b(x-4) + c(x-4)^2$ $f(x)$ funtzioaren bigarren ordenako Taylor-en polinomioa. Orduan, $a > 0, b < 0, c > 0$.

Ebaluatutako gaitasunak 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

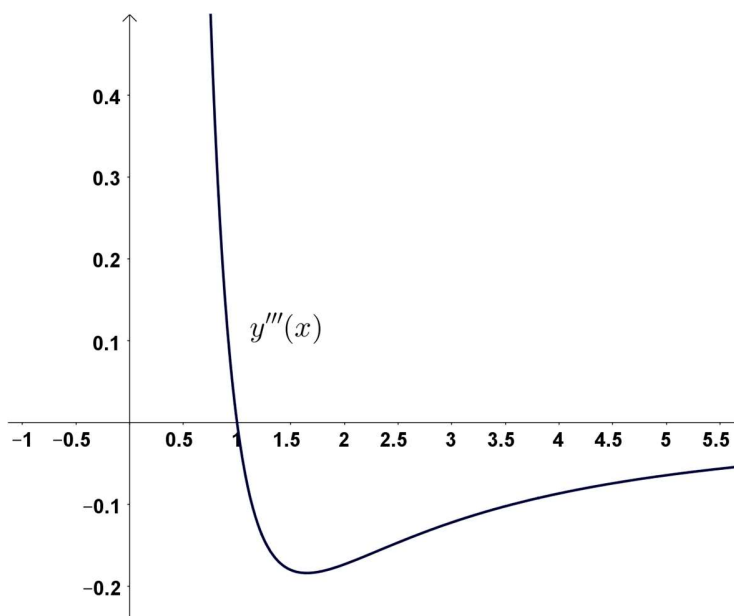
3. Izan bedi $y(x)$ funtzioa non

$$y'(x) = \frac{y}{x} + \ln x, y(1) = 1 \text{ diren.}$$

- a) Kalkulatu $y(x)$ -ren Taylor-en 2. ordenako polinomioa $x = 1$ puntuan.
- b) Demagun $y(1.5)$ balioa aurreko atalean lortutako polinomioa erabiliz hurbiltzen dela. Hurbilketan sortutako errorea bornatu.

Ebaluatutako gaitasunak 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).



Puntuak: 10/50

4. Izan bedi triangelu isoszele bat non bere oinarria 6 cm bere altuera 12 cm luze diren. Kalkulatu triangelu horretan inskribatu daitekeen azalera maximodun laukizuzenaren dimentsioak. Azalera horren balioa lortu.

Ebaluatutako gaitasunak 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

5. Izan bedi $F(x) = \int_0^x (f(t) + t^2 + t^3) dt$ non $f(x)$ funtzio jarraitu bat den

- a) $F'(x)$ kalkulatu.

- b) Jakinik $f(1) = 1$ eta $\int_0^1 f(t) dt = 1$ direla, kalkulatu $F(x)$ funtzioari dagokion zuzen ukitzailearen ekuazioa $x = 1$ puntuan.

Ebaluatutako gaitasunak 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 5 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 4 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/50

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

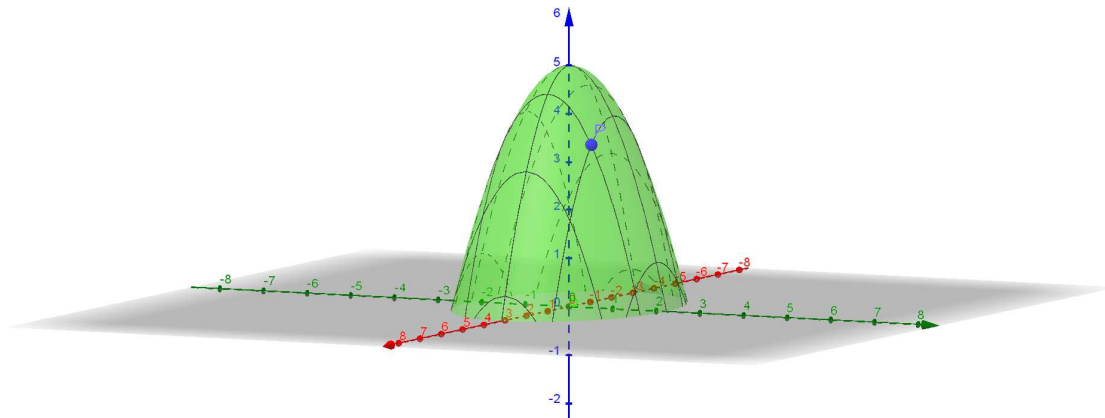
SEGUNDO PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Considerar la superficie definida por la función $f(x, y) = 5 - \frac{x^2}{2} - y^2$ cuya gráfica se muestra en la figura. Se suelta una bola en el punto $P(1, 1, \frac{7}{2})$ que se indica y rueda por la superficie hasta terminar en algún punto S del plano horizontal XY . La bola no está sometida a ninguna otra fuerza más que a la de la gravedad. Se pide:



- a) Plantear la(s) ecuación(es) diferencial(es) y la(s) condición(es) inicial(es) que debe cumplir la trayectoria de la bola.
- b) Resolver dicha(s) ecuación(es).
- c) Determinar el punto S .

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

2. Sea S el sólido definido por las condiciones $0 \leq z \leq 1 + (y - 1)^2$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq x \leq 4$

a) Dibujar el sólido S .

b) Especificar, sin calcular, cuáles son los límites de integración de las siguientes dos integrales para el cálculo del volumen V de S :

$$V = \int \left(\int \left(\int dz \right) dy \right) dx \qquad V = \int \left(\int \left(\int dy \right) dz \right) dx$$

c) Calcular el volumen V utilizando cualquiera de los órdenes de integración.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. Resolver la EDO $\begin{cases} y'' + y' = f(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ donde $f(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ \text{sen}(t - 2) & t \geq 2 \end{cases}$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. Sea la función $f(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - t & 0 < t \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < t \leq \pi \end{cases}$.

a) Obtener la ampliación impar y periódica, $F(t)$, de la función $f(t)$.

b) Dibujar la función ampliada, $F(t)$.

c) Calcular la serie de Fourier, $S(t)$, de $f(t)$.

d) Calcular los valores de $S(t)$ y $f(t)$ en los puntos $t = 2024\pi$ y $t = \frac{201\pi}{2}$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. OHIKO DEIALDIA
	2024eko ekainaren 10a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

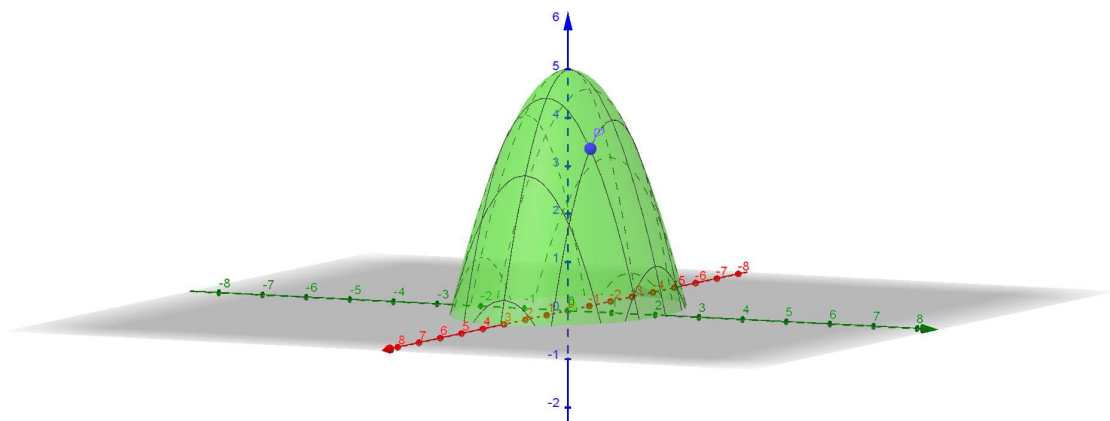
BIGARREN PARTZIALA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Izan bedi $f(x, y) = 5 - \frac{x^2}{2} - y^2$ funtzioak definitutako gainazala, irudian erakusten dena. Bola bat adierazten den $P(1, 1, \frac{7}{2})$ puntuan askatu da, eta gainazaletik biraka ari izan da XY plano horizontaleko S punturen batera iritsi arte. Bolari ez dio grabitatea ez den beste indarrik eragiten. Ondokoa eskatzen da:



- a) Bolaren ibilbideak bete behar dituen ekuazio diferentziala(k) eta hastapen baldintza(k) planteatu.
- b) Ekuazio diferentzial hori(ek) ebatzi.
- c) S puntua zehaztu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Izan bedi $0 \leq z \leq 1 + (y-1)^2$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq x \leq 4$ baldintzen bidez definituriko S solidoa.

a) Irudika ezazu S solidoa.

b) Espezifikatu itzazu (kalkulua egin gabe), S -ren V bolumena lortzeko ondorengo bi integralen mugak zeintzuk diren

$$V = \int \left(\int \left(\int dz \right) dy \right) dx \qquad V = \int \left(\int \left(\int dy \right) dz \right) dx$$

c) Kalkulatu V bolumena nahi duzun integrazio-ordena erabiliz.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. Ebatzi $\begin{cases} y'' + y' = f(t) \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$ EDA non $f(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ \sin(t-2) & t \geq 2 \end{cases}$ den.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. Izan bedi $f(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - t & 0 < t \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < t \leq \pi \end{cases}$ eran definitutako funtzioa.

a) $f(t)$ funtzioaren hedapen bakoitia eta periodikoa, $F(t)$, lortu.

b) Hedatutako funtzioa, $F(t)$, marraztu.

c) Kalkulatu $f(t)$ funtzioaren $S(t)$ Fourier-en seriea.

d) Kalkulatu $S(t)$ eta $f(t)$ -ren balioak $t = 2024\pi$ eta $t = \frac{201\pi}{2}$ puntuetan.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40