

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Resolver la ecuación $z^7 - 9z^4 + 8z = 0, z \in \mathbb{C}$ y representar gráficamente las soluciones.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/60

2. Se suelta una pelota desde una altura de 9 metros. Con cada bote la pelota rebota hasta una altura del 80 % de su altura previa.

- a) ¿Hasta qué altura rebota la pelota en el quinto bote?
- b) ¿Cuál es la suma de las alturas de todos los botes?

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/60

3. a) Calcular el polinomio de McLaurin de orden 6 de la función $f(x) = \cos x$.

b) Sea $g(x) = \cos(x^2)$. Utilizando la fórmula obtenida en el apartado anterior calcular $g^{(7)}(0)$ y $g^{(8)}(0)$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 6 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/60

4. Sea D el recinto limitado por las condiciones $x^2 + y^2 \leq 8$, $y^2 \leq 2x$.

a) Dibujar el recinto D .

b) Calcular el área de D .

c) Calcular el volumen del cuerpo generado al girar el recinto D alrededor del eje OY.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/60

5. Consideremos una recta que pasa por el punto $(1,2)$. Sabiendo que dicha recta corta a los ejes OX y OY en los puntos $(a,0)$ y $(0,b)$ (con $a,b > 0$), calcular los valores de a y b para que el triángulo que forman la recta y los ejes coordenados tenga área mínima.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

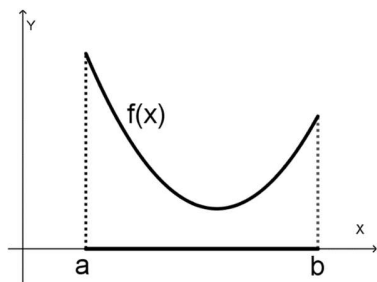
COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/60

6. El área A del sólido que se obtiene al girar alrededor del eje OX la gráfica de una función $f(x)$ definida en $[a,b]$ y derivable en (a,b) se calcula del siguiente modo:

$$A = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$



Considerar la función $f(x)$ continua en $[a,b]$ y dos veces derivable en (a,b) cuya gráfica se muestra en la figura. Tomemos un punto cualquiera $u \in (a,b)$ y consideremos el área $A(u)$ del sólido que se obtiene al girar alrededor del eje OX el tramo de la gráfica de $f(x)$ correspondiente al intervalo $[a,u]$. Para la función de la figura se pide:

a) Estudiar el crecimiento/decrecimiento y los extremos locales de $A(u)$.

b) Estudiar la concavidad/convexidad y los puntos de inflexión de $A(u)$.

c) Trazar una posible gráfica de $A(u)$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 5 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/60

 Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA KALKULUA. HIRUGARREN EBALUAZIOA 2025eko urtarrilaren 21a
--	---

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	5. ariketa	6. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Ebatzi $z^7 - 9z^4 + 8z = 0, z \in \mathbb{C}$ ekuazioa eta soluzioak grafikoki adierazi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

2. Pilota bat 9 metroko altueratik askatzen da eta zoruaren kontra behin eta berriro bote egiten du. Errebote bakoitzean pilotak lortzen duen altuera da aurreko errebotean lortutako altueraren % 80a.

a) Zein altuerara iritsiko da pilota bosgarren botean?

b) Zein da bote guztien altueren batura?

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

3. a) Kalkulatu $f(x) = \cos x$ funtzioaren 6. ordenako McLaurin-en polinomioa.

b) Izan bedi $g(x) = \cos(x^2)$. Aurreko atalean lortutako formula erabiliz, $g^{(7)}(0)$ eta $g^{(8)}(0)$ lortu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 6 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

4. Izan bedi $D \ x^2 + y^2 \leq 8, y^2 \leq 2x$ baldintzek mugatutako eremua.

a) D eremua marraztu.

b) D -ren azalera kalkulatu.

c) D eremua OY ardatzarekiko biratzean sortutako gorputzaren bolumena kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

5. Izan bedi $(1, 2)$ puntutik pasatzen den zuzena. Jakinik zuzen honek OX eta OY ardatzak $(a, 0)$ eta $(0, b)$ puntuetan ebakitzen dituela ($a, b > 0$ izanik), kalkulatu a eta b -ren balioak zuzenak eta ardatz koordinatuek osatzen duten triangeluaren azalera minimoa izan dadin.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

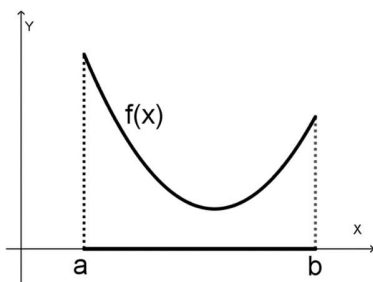
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60

6. $[a, b]$ tartean jarraitua eta (a, b) tartean deribagarria den $f(x)$ funtzioaren grafikoa OX ardatzarekiko biratzean sortutako gorputzaren A azalera ondorengo eran kalkulatu da:

$$A = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$



Izan bedi $f(x)$ $[a, b]$ tartean jarraitua eta (a, b) tartean bi aldiz deribagarria den funtzioa non bere grafikoa irudian erakusten den. Har dezagun edozein $u \in (a, b)$. $[a, u]$ tarteari dagokion funtzioaren grafikoa OX ardatzarekiko biratzean sortutako gorputzaren azalerari $A(u)$ deituko diogu. Irudian agertzen den funtziorako ondorengoak eskatzen da:

a) $A(u)$ -ren gorakortasuna/beherakortasuna eta mutur erlatiboak aztertu.

b) $A(u)$ -ren ahurtasuna/ganbitasuna eta inflexio-puntuak aztertu.

c) $A(u)$ -ren grafiko posible bat marraztu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 5 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/60