

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Nota

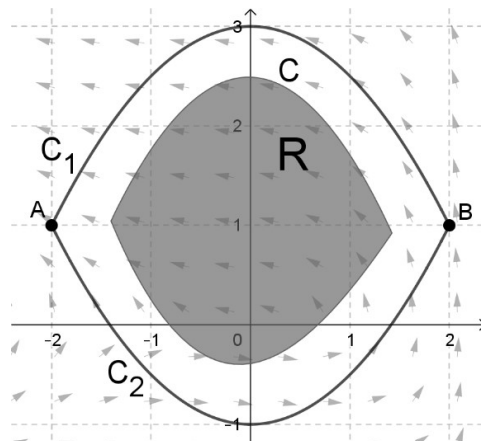
NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. La figura representa un fragmento del cauce de un río navegable. La corriente del río viene representada por un vector fuerza $V(x,y) = (M(x,y), N(x,y))$ definido en cada punto (x,y) de la superficie.

La figura muestra dos trayectorias de navegación C_1 y C_2 entre los puntos A y B. Estas curvas son parábolas, y tienen las siguientes ecuaciones respectivamente:

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3, \quad y = \frac{1}{2}x^2 - 1$$



- a) Supongamos que a cierta hora del día el vector fuerza tiene la expresión $V(x,y) = (2xy - 5y, x^2 + y)$. Un barco realiza los viajes de ida y vuelta entre los puntos A y B siguiendo en cada tramo alguna de las trayectorias C_1 o C_2 . Se desea utilizar la fuerza de la corriente del río para ahorrar combustible. Determinar cuál es la mejor elección de trayectoria para el viaje de ida AB y el de vuelta BA.
- b) La figura también muestra una región sombreada R del río delimitada por una curva C. Se estima que la superficie de la región R es de 5.42 km^2 . Calcular el

trabajo que realizaría el campo V si el barco recorriera la trayectoria C que delimita R .

c) Unas horas más tarde, el campo vectorial de fuerza ha cambiado, siendo ahora $V(x, y) = (2xy + y^2, 2xy + x^2)$. Determinar cuál es ahora la mejor elección de trayectoria para cada uno de los viajes AB y BA . Calcular el trabajo que efectúa la corriente del río en cada viaje. Calcular el trabajo que realizaría el campo V si el barco recorriera la trayectoria C que delimita R .

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/30

2. Sea $y(t)$ la función que modeliza el número de salmones de cierto río. El ritmo de reproducción diario de los salmones es proporcional al número de salmones existentes, siendo la constante de proporcionalidad $k=5$. Debido a la depredación de las gaviotas y otras aves, los salmones son capturados a un ritmo aproximado de $y^2(t)$ por día. Además, cada día migran al mar 4 salmones.

a) Escribir el modelo matemático (EDO) que describe la situación.

b) Suponiendo que cierto día hay 5000 salmones en el río, ¿sobrevivirá la población de salmones? ¿Y si hubiera 10 salmones?

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/30

3. Resolver la EDO $y'' + 9y = 4e^{-3x} + 9\text{sen}(3x)$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/30

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA KALKULUA. BOSGARREN EBALUAZIOA 2025eko maiatzaren 12a
---	---

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

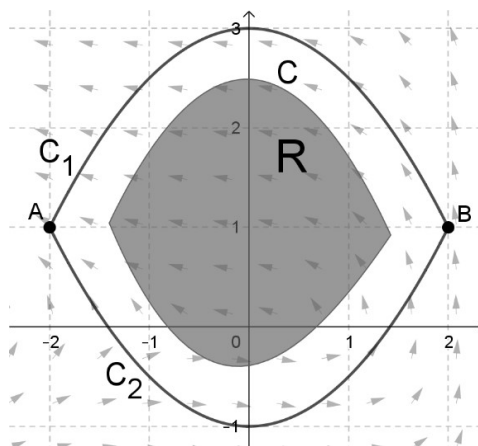
1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Irudian ibai nabigagarri baten ibilguaren zati bat erakusten da. $V(x, y) = (M(x, y), N(x, y))$ indar-bektoreak adierazten du ibaiaren korrontea gainazalaren (x, y) puntu bakoitzean.

Irudian bertan A eta B puntuen arteko bi nabigazio ibilbide agertzen dira, C_1 eta C_2 . Kurba biak parabolak dira, beraien ekuazioak $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$ eta $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ izanik, hurrenez hurren.



- a) Demagun eguneko ordu jakin batean indar-bektorea $V(x, y) = (2xy - 5y, x^2 + y)$ eran adierazten dela eta itsasontzi batek A eta B puntuen arteko joan-etorriko bidaiak egiten dituela, C_1 edo C_2 ibilbideak erabiliz. Ibaiaren korrontearen indarra erabili nahi da erregaia aurrezteko. Kalkulatu zein den ibilbide egokiena AB joaneko bidaiarako eta baita BA itzulerako bidaiarako ere.
- b) Irudian C kurbak mugatutako R eremua ere ikus daiteke, bere estimatutako azalera 5.42 km^2 izanik. Kalkulatu V eremuak egingo lukeen lana itsasontziak R eremua mugatzen duen C kurba ibiliko balu.

c) Ordu batzuk geroago, indar-eremua aldatu egin da, bere adierazpen berria $V(x,y)=(2xy+y^2,2xy+x^2)$ izanik. Kalkulatu zein den kasu honetan AB eta BA bidaia bakoitzerako ibilbide egokiena. Lortu ibaiaren korronteak bidaia bakoitzean egindako lana. Kalkulatu V eremuak egingo lukeen lana itsasontziak R eremua mugatzen duen C kurba ibiliko balu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30

2. Izan bedi $y(t)$ ibai jakin batean bizi diren izokin kopurua modelizatzen duen funtzioa. Izokinen eguneroko ugalketa-erritmoa izokin kopuruarekiko proportzionala da, proportzionaltasun konstantea $k=5$ izanik. Kaioak eta beste hegazti batzuen harrapakaritzaren eraginez izokinak eguneko gutxi gorabeherako $y^2(t)$ erritmoan harrapatzen dira. Gainera, egunero 4 izokin migratzen dira itsasora.

- a) Idatzi egoera deskribatzen duen eredu matematikoa (EDA).
- b) Egun jakin batean izokin kopurua 5000 bada, ibaiko izokinen populazioak bizirik iraungo al du? Eta izokin kopurua 10 izango balitz?

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30

3. $y''+9y=4e^{-3x}+9\sin(3x)$ EDA ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30