

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

PRIMER PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. a) Sea $z \in \mathbb{C}$. Resolver la ecuación $\operatorname{sen} z = 2i \cos z$ y representar gráficamente las soluciones.

b) Calcular y representar geoméricamente los afijos de los números complejos z que verifican la condición siguiente:

$$\operatorname{Im}\left(\frac{z+2i}{z-i}\right) = 2i$$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/40

2. Calcular cuáles deben ser las dimensiones de un triángulo isósceles de perímetro 8 cm para que su área sea máxima.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/40

3. Utilizando el desarrollo de McLaurin de la función $y(x) = \ln(1-x)$ aproximar $\ln(1.1)$ con un error menor que 10^{-3} .

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

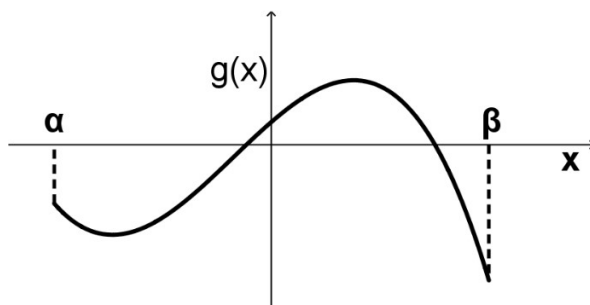
COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/40

4. La longitud de arco, L , de una curva definida en el intervalo (α, β) por la función $g(x)$ derivable en (α, β) se calcula del modo siguiente:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{1 + (g'(x))^2} dx.$$

Considerar la función $g(x)$ definida en $[\alpha, \beta]$ y dos veces derivable en (α, β) cuya gráfica se muestra en la figura.



Tomemos un punto cualquiera $u \in (\alpha, \beta)$ y consideremos la longitud de arco $L(u)$ de la curva definida en el intervalo $[\alpha, u]$ de $g(x)$. Se pide:

- a) Estudiar el crecimiento/decrecimiento y los extremos locales de $L(u)$.
- b) Estudiar la concavidad/convexidad y los puntos de inflexión de $L(u)$.
- c) Trazar una posible gráfica de $L(u)$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 5 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. OHIKO DEIALDIA
	2025eko ekainaren 10a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

LEHENENGO PARTZIALA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. a) Izan bedi $z \in \mathbb{C}$. Ebatzi $\sin z = 2i \cos z$ ekuazioa eta marraztu lortutako soluzioak.
- b) Ondorengo baldintza betetzen duten z zenbaki konplexuen afixuen leku geometrikoa kalkulatu eta marraztu:

$$\operatorname{Im}\left(\frac{z+2i}{z-i}\right) = 2i$$

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Kalkulatu zeintzuk izan behar diren 8 cm-ko perimetroa duen triangelu isoszele baten dimentsioak, haren azalera maximoa izan dadin.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. $y(x) = \ln(1-x)$ funtzioaren McLaurinen garapena erabiliz, $\ln(1.1)$ hurbildu sortutako errorea 10^{-3} baino txikiagoa izan dadin.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

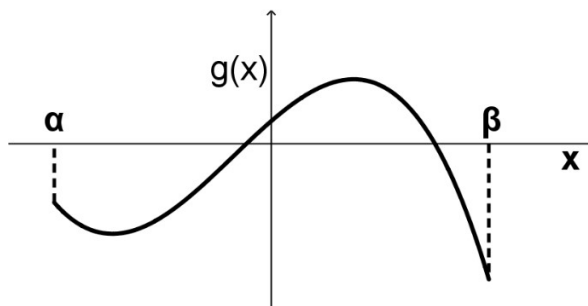
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. (α, β) tartean deribagarria den $g(x)$ funtzioaren bidez definitutako (α, β) tarteko kurbaren arku-luzera, L , ondorengo eran kalkulatzeko da:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{1 + (g'(x))^2} dx.$$

Izan bedi $g(x)$ $[\alpha, \beta]$ tartean definitua eta (α, β) tartean bi aldiz deribagarria den funtzioa non bere grafikoa irudian erakusten den.



Har dezagun edozein $u \in (\alpha, \beta)$. Izan bedi $L(u)$, $g(x)$ funtzioak $[\alpha, u]$ tartean definitutako kurbaren arku-luzera. Eskatzen da:

- a) $L(u)$ -ren gorakortasuna/beherakortasuna eta mutur erlatiboak aztertu.
- b) $L(u)$ -ren ahurtasuna/ganbeltasuna eta inflexio-puntuak aztertu.
- c) $L(u)$ -ren grafiko posible bat marraztu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 5 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

SEGUNDO PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

NOTAS:

1. No está permitido el uso de calculadora en el examen.
2. Se valorará la presentación.

1. Sea la integral
$$\int_0^{2\sqrt{2}} \left(\int_{-y/4}^{y/4} dx \right) dy + \int_{2\sqrt{2}}^4 \left(\int_{-\sqrt{1-\frac{y^2}{16}}}^{\sqrt{1-\frac{y^2}{16}}} dx \right) dy.$$

- a) Dibujar el dominio de integración D .
- b) Cambiar el orden de integración.
- c) Calcular el área de D .

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

2. a) Resolver la EDO $xy' - y = x^3$, $y(1) = 1$.
- b) La solución de la EDO del apartado anterior, representa la trayectoria C de una curva en el plano XY . $z(x, y) = 10 + 2y - x^3$ representa la altura de una montaña para cada punto (x, y) del plano XY . Calcular las ecuaciones paramétricas $(x(t), y(t), z(t))$ que representan la trayectoria de la curva C anterior sobre la montaña.
- c) Un montañero se encuentra inicialmente en el punto $A = (1, 1, 1)$ y planea llegar hasta un punto B siguiendo la trayectoria C . El punto B se encuentra a una altitud de 12 metros. Calcular las coordenadas de B .

d) Se ha formado una ventisca que aplica una fuerza $V(x, y, z) = (yz - y, xz - x + z, xy + y)$ sobre la posición (x, y, z) en la que se encuentra en cada instante el montañero. Calcular el trabajo que efectuará la fuerza de la ventisca sobre el montañero a lo largo de la trayectoria anterior C .

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. Resolver la ecuación $\int_0^t y(z) dz = t y(t)$.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. Sea $f(t)$ la función periódica de periodo $T = 4$ definida de la forma siguiente:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} & 0 < t \leq 2 \\ 1 & 2 < t < 4 \end{cases}.$$

a) Dibujar la función $f(t)$.

b) Calcular la serie de Fourier, $S(t)$, de $f(t)$.

c) Calcular, justificando la respuesta, los valores de $S(t)$ y $f(t)$ en los puntos $t = -40.2$, $t = 20$ y $t = 49.5$

d) Calcular $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

	GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA
	KALKULUA. OHIKO DEIALDIA
	2025eko ekainaren 10a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

BIGARREN PARTZIALA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

OHARRAK:

1. Ez dago kalkulagailua erabiltzerik.
2. Azterketaren txukuntasuna kontuan hartuko da.

1. Izan bedi $\int_0^{2\sqrt{2}} \left(\int_{-y/4}^{y/4} dx \right) dy + \int_{2\sqrt{2}}^4 \left(\int_{-\sqrt{1-\frac{y^2}{16}}}^{\sqrt{1-\frac{y^2}{16}}} dx \right) dy$ integrala.

- a) D integrazio-eremua marraztu.
- b) Integrazio-ordena aldatu.
- c) D -ren azalera kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. a) $xy' - y = x^3$, $y(1) = 1$ EDA ebatzi.

b) Aurreko ataleko EDAREN soluzioak XY planoko C kurba baten ibilbidea adierazten du. Bestalde, XY planoko (x, y) puntu bakoitzerako, $z(x, y) = 10 + 2y - x^3$ ekuazioak mendi baten altuera adierazten du. Kalkulatu aurreko C kurbaren mendiaren gaineko ibilbidearen $(x(t), y(t), z(t))$ ekuazio parametrikokoak.

c) Mendizale bat $A = (1, 1, 11)$ puntuan dago eta B puntura iristeko asmoa du, C ibilbidea jarraituz. B puntua 12 metroko altueran dago. B -ren koordinatuak kalkulatu.

d) Haize zakarra sortu da, mendizalea une bakoitzean kokatua dagoeneko (x, y, z) puntuan $V(x, y, z) = (yz - y, xz - x + z, xy + y)$ indarra eraginez. Kalkulatu haize zakarraren indarrak mendizalearengan C ibilbidean zehar egingo duen lana.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. $\int_0^t y(z) dz = t y(t)$ ekuazioa ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. Izan bedi $f(t)$ ondorengo eran definitutako $T = 4$ periodoko funtzio periodikoa:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} & 0 < t \leq 2 \\ 1 & 2 < t < 4 \end{cases}.$$

- a) $f(t)$ funtzioa marraztu.
- b) Kalkulatu $f(t)$ funtzioaren $S(t)$ Fourier-en seriea.
- c) Kalkulatu $S(t)$ eta $f(t)$ -ren balioak $t = -40.2$, $t = 20$ eta $t = 49.5$ puntuetan. Emandako erantzunak justifikatu.

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40