

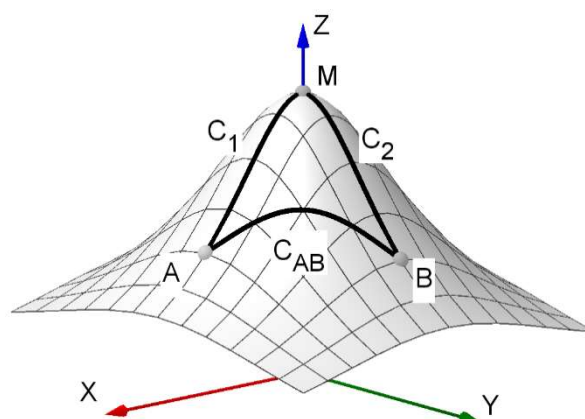
	ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA CÁLCULO. QUINTA EVALUACIÓN 11 de mayo de 2026
---	--

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Nota

1. Supongamos que la altura de un monte se modeliza mediante la función $z(x,y) = (1+x^2+y^2)^{-1}$.



La figura representa un fragmento de ladera, y tres trayectorias sobre la misma, C_1 , C_2 y C_{AB} . Las trayectorias C_1 y C_2 parten de los puntos A y B respectivamente y llegan hasta la cima M. Las proyecciones de C_1 y C_2 sobre el plano XY se encuentran sobre los ejes coordenados X e Y respectivamente, desde (1,0) hasta (0,0) para C_1 y desde (0,1) hasta (0,0) para C_2 . La tercera trayectoria C_{AB} une los puntos A y B y su proyección sobre el plano XY es el segmento de recta $y = 1 - x$, $x \in [0,1]$. Las cotas son en km.

a) Supongamos que a cierta hora del día, el viento sopla con una fuerza dada por:

$$F(x,y,z) = \left(xz, yz, \frac{1}{z^2} \right)$$

Se planea realizar la subida en vehículo y utilizar la fuerza del viento para ahorrar combustible. ¿Cuál de las dos trayectorias de subida, C_1 o C_2 , debe elegirse?

b) Unas horas más tarde, el viento ha cambiado y su fuerza ahora viene dada por:

$$F(x, y, z) = (2x + y, x + 2y - z, -y)$$

Calcular el trabajo efectuado por la fuerza en los siguientes casos:

b1. Si se sigue la trayectoria C_{AB} .

b2. Si se sigue la trayectoria ABMA.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP 2 y COMP 4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/30

2. a) Indicar de qué tipo es cada una de las siguientes EDO:

a.1. $(4y - x^2y)dx + (2x + xy^2)dy = 0$

a.2. $xy' \operatorname{sen} x + y \cos x = x^2$

a.3. $xy' - y = y \ln(y/x)$

b) Resolver la EDO a.3.

Competencias evaluadas: COMP 2 y COMP 4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/30

3. Resolver la EDO $y'' - 2y' + y = \frac{8e^x}{1+x^2}$.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP 2 y COMP 4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/30

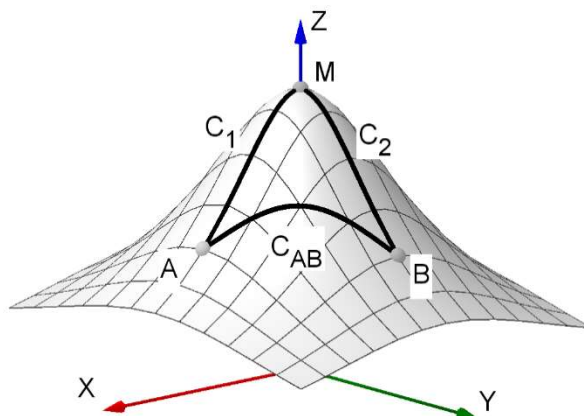


ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	Nota

1. Demagun mendi baten altuera $z(x,y) = (1+x^2+y^2)^{-1}$ funtzioaren bidez modelizatzen dela.



Irudiak mendi-hegalaren zati bat adierazten du, C_1 , C_2 eta C_{AB} haren gaineko hiru ibilbide izanik. C_1 eta C_2 ibilbideak A eta B puntuetatik abiatzen dira, hurrenez hurren, eta biak M gailurreraino iristen dira. C_1 ibilbidearen XY planoaren gaineko proiektzioa X ardatzaren gainean dago, (1,0)-tik (0,0)-ra. C_2 ibilbidearen XY planoaren gaineko proiektzioa berriz, Y ardatzaren gainean dago, (0,1)-tik (0,0)-ra. C_{AB} hirugarren ibilbideak A eta B puntuak lotzen ditu, bere XY planoaren gaineko proiektzioa $y = 1 - x$, $x \in [0,1]$ zuzenkia izanik. Kotak km-tan adierazten dira.

a) Demagun eguneko ordu jakin batean haizeak ondorengo eran definitutako indarrez jotzen duela:

$$F(x,y,z) = \left(xz, yz, \frac{1}{z^2} \right)$$

Igoera kotxez egin nahi da haizearen indarra erabiliz erregaia aurrezteko. Bi igoera-ibilbideen artean, C_1 ala C_2 , zein aukeratu behar da?

b) Ordu batzuk geroago, haize-indarra aldatu egin da, bere adierazpena ondorengoa izanik:

$$F(x, y, z) = (2x + y, x + 2y - z, -y)$$

Kalkulatu indarrak egindako lana ondorengo kasuetan:

b1. C_{AB} ibilbidea jarraitzen bada.

b2. ABMA jarraitzen bada.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30

2. a) Adierazi ondorengo EDA bakoitza zein motakoa den:

a.1. $(4y - x^2y)dx + (2x + xy^2)dy = 0$

a.2. $xy' \sin x + y \cos x = x^2$

a.3. $xy' - y = y \ln(y/x)$

b) Aurreko a.3 EDA ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30

3. $y'' - 2y' + y = \frac{8e^x}{1+x^2}$ EDA ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/30