



GIPUZKOAKO
INGENIARITZA
ESKOLA
ESCUELA DE
INGENIERÍA DE
GIPUZKOA

ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA

CÁLCULO. CONVOCATORIA ORDINARIA

9 de junio de 2026

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

PRIMER PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

1. Los afijos de los números complejos $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = -1 - \sqrt{3}i$ y z_3 son los vértices de un triángulo equilátero.

a) Calcular z_3 sabiendo que es el de mayor parte real.

b) Calcular el área del triángulo.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/40

2. La temperatura T de un objeto que se mueve a lo largo de un filamento depende del tiempo t y viene dada por $T(t) = 2e^{0.1t}$. Además, la posición de dicho objeto en función del tiempo se expresa mediante $x(t) = t^2 + t$. Determinar el instante t en el que el cambio de temperatura respecto a la posición es mínimo.

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/40

3. a) Obtener el desarrollo de Maclaurin de la función $f(x) = \frac{1}{1-x}$.

b) ¿Para qué valores de x es convergente la serie obtenida en el apartado anterior?

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

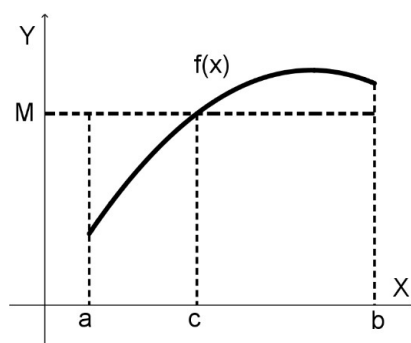
COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 6 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.)

Puntos: 10/40

4. La figura muestra la gráfica de una función $f(x)$ continua en $[a, b]$ y derivable en (a, b) . También se muestra la recta $y = M$, donde M es el valor medio de $f(x)$ en $[a, b]$.



Sean:

V_1 : Volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar el fragmento de la gráfica de $f(x)$ para $x \in [a, c]$ alrededor de la recta $y = M$.

V_2 : Volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar el fragmento de la gráfica de $f(x)$ para $x \in [c, b]$ alrededor de la recta $y = M$.

V : Volumen del sólido de revolución que se obtiene al girar la gráfica completa de $f(x)$ alrededor del eje X.

a) Considerar la función definida por $F(x) = \int_a^x (f(u))^2 du$, $a \leq x \leq b$. Estudiar:

a.1. El crecimiento y los extremos de $F(x)$.

a.2. La concavidad y los puntos de inflexión de $F(x)$.

b) Demostrar analíticamente que $V = V_1 + V_2 + \pi M^2(b - a)$

Competencias evaluadas: COMP 1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 4 puntos por el cálculo.

COMP 4: 5 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40



GIPUZKOAKO
INGENIARITZA
ESKOLA
ESCUELA DE
INGENIERIA DE
GIPUZKOA

GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA

KALKULUA. OHIKO DEIALDIA

2026ko ekainaren 9a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

LEHENENGO PARTZIALA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

1. $z_1 = -1 + \sqrt{3}i$, $z_2 = -1 - \sqrt{3}i$ eta z_3 zenbaki konplexuen afixuak triangelu aldeak baten erpinak dira.

- Kalkulatu z_3 erpina jakinik zati erreal handienekoa dela.
- Triangeluaren azalera kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

- GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
- GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
- GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Filamentu batean zehar mugitzen doan objektu baten T tenperatura t denboraren menpe dago eta $T(t) = 2e^{0.1t}$ funtzioaren bidez adierazten da. Gainera, objektu honen posizioa denborarekiko $x(t) = t^2 + t$ eran adierazten da. Zehaztu t momentua non tenperatura-aldaketa posizioarekiko minimoa den.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

- GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
- GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
- GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. a) Lortu $f(x) = \frac{1}{1-x}$ funtzioaren Maclaurinen garapena.

b) x -ren zein baliotarako konbergentea da aurreko atalean lortutako seriea?

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

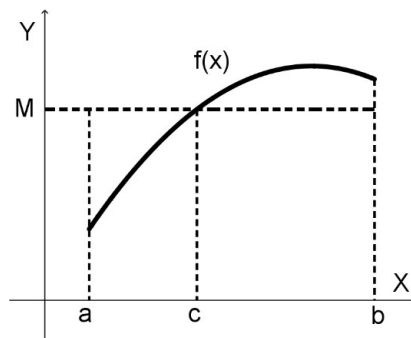
1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 6 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. Izan bedi $f(x)$ $[a, b]$ tartean jarraitua eta (a, b) tartean deribagarria den funtzioa non bere grafikoa irudian erakusten den. Irudian bertan $y = M$ zuzena agertzen da, non M $f(x)$ -ren batez besteko balioa $[a, b]$ tartean den.



Izan bitez:

V_1 : $f(x)/x \in [a, c]$ funtzioaren zatiaren grafikoa $y = M$ zuzenarekiko biratzean sortutako biraketa-gorputzaren bolumena.

V_2 : $f(x)/x \in [c, b]$ funtzioaren zatiaren grafikoa $y = M$ zuzenarekiko biratzean sortutako biraketa-gorputzaren bolumena.

V : $f(x)$ funtzioaren grafiko osoa X ardatzarekiko biratzean sortutako biraketa-gorputzaren bolumena.

a) Izan bedi $F(x) = \int_a^x (f(u))^2 du$, $a \leq x \leq b$ eran definitutako funtzioa. Aztertu:

a.1. $F(x)$ -ren gorakortasuna eta muturrak.

a.2. $F(x)$ -ren ahurtasuna eta inflexio-puntuak.

b) Analitikoki frogatu $V = V_1 + V_2 + \pi M^2(b-a)$ dela.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.

2. GAIT: 4 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 5 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40



GIPUZKOAKO
INGENIARITZA
ESKOLA
ESCUELA DE
INGENIERÍA DE
GIPUZKOA

ESCUELA DE INGENIERÍA DE GIPUZKOA

CÁLCULO. CONVOCATORIA ORDINARIA

9 de junio de 2026

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

DNI: _____ GRADO: _____ GRUPO: _____

SEGUNDO PARCIAL

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Nota

1. Sea S el sólido definido por las condiciones $x^2 + y^2 \leq a$; $a - (x^2 + y^2) < z < a$, donde $a > 0$.

a) Dibujar el sólido S .

b) Calcular el volumen de S .

c) Sabiendo que el sólido está fabricado enteramente con el mismo material y que la tercera coordenada del centro de gravedad es $z_G = \frac{3}{4}$, calcular el valor de a .

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

2. Un dron ha sufrido un accidente y se encuentra en el fondo del mar, en un punto P desconocido. El dron está equipado con una baliza que emite una señal. El plan de rescate consiste en seguir una trayectoria submarina siguiendo el mayor aumento en la intensidad de dicha señal, hasta llegar a P . Se sabe que el valor de la intensidad de la señal en cada punto (x, y, z) viene dada por la función $I(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + z^2 + x + y + z$. El equipo de rescate parte del punto $(0, 0, 0)$.

a) Calcular la trayectoria que debe seguirse.

b) Supongamos que se ha encontrado el dron a una profundidad $z = 0.5(e^2 - 1)$ km. Calcular las otras dos coordenadas de P .

c) Supongamos que las corrientes marinas producen un campo de fuerza dado por el vector $V(x, y, z) = (yz - ye^{-xy}, xz - xe^{-xy}, xy)$. Calcular el trabajo que ha realizado esta fuerza a lo largo de la trayectoria que se ha seguido.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

3. Resolver la ecuación $t y''(t) + (1 - 2t) y'(t) - 2 y(t) = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

Competencias evaluadas: COMP1, COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 1: 1 punto por reconocer los conceptos a aplicar.

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 2 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40

4. Sea la función $f(t) = t + \pi$, $t \in (0, \pi)$.

a) Obtener una ampliación impar y periódica, $F(t)$, de la función $f(t)$.

b) Dibujar la función $f(t)$ y la función ampliada $F(t)$ obtenida en el apartado anterior.

c) Calcular la serie de Fourier, $S(t)$, de $F(t)$.

d) Calcular, justificando la respuesta, los valores de $S(t)$ y $F(t)$ en los puntos

$$t = -5\pi \text{ y } t = \frac{25}{2}\pi.$$

e) Calcular $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$.

Competencias evaluadas: COMP2 y COMP4. Evaluación:

COMP 2: 7 puntos por el cálculo.

COMP 4: 3 puntos por la explicación formal (incluyendo enunciados, definiciones, gráficos aclaratorios, hipótesis necesarias, etc.).

Puntos: 10/40



GIPUZKOAKO
INGENIARITZA
ESKOLA
ESCUELA DE
INGENIERIA DE
GIPUZKOA

GIPUZKOAKO INGENIARITZA ESKOLA

KALKULUA. OHIKO DEIALDIA

2026ko ekainaren 9a

ABIZENAK: _____ IZENA: _____

NAN: _____ GRADUA: _____ TALDEA: _____

BIGARREN PARTZIALA

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	Nota

1. Izan bedi $x^2 + y^2 \leq a$; $a - (x^2 + y^2) < z < a$ baldintzek mugatutako S solidoa, non $a > 0$ den.

a) S solidoa marraztu.

b) S -ren bolumena kalkulatu.

c) Jakinik solido osoa material berberarekin egina dagoela eta bere grabitate-zentroaren hirugarren koordenatua $z_G = \frac{3}{4}$ dela, kalkulatu a -ren balioa.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.

4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

2. Drone batek istripua izan du eta itsasoaren hondoan dago ezezaguna den P punturen batean. Drone honek baliza bat dauka zeina seinale bat igortzen duen. Erreskate-plana da seinale horren intentsitatearen gehikuntza handiena jarraitzen duen itsaspeko ibilbidea jarraitzea P puntura iritsi arte. Jakin badakigu (x, y, z) puntu bakoitzean seinalearen intentsitatea $I(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + z^2 + x + y + z$ funtzioaren bidez adierazten dela. Erreskate-taldea $(0, 0, 0)$ puntutik abiatzen da.

a) Lortu jarraitu behar den ibilbidea.

b) Demagun dronea $z = 0.5(e^2 - 1)$ km-ko sakonean aurkitu dela. P -ren beste bi koordenatuak kalkulatu.

c) Demagun itsas korronteek $V(x, y, z) = (yz - ye^{-xy}, xz - xe^{-xy}, xy)$ bektorearen bidez adierazitako indar-eremua eragiten dutela. Kalkulatu indar honek egindako lana jarraitutako ibilbidean zehar.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

3. $t y''(t) + (1 - 2t) y'(t) - 2 y(t) = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ ekuazioa ebatzi.

Ebaluatutako gaitasunak: 1. GAIT, 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

1. GAIT: 1 puntu aplikatu behar diren kontzeptuak ezagutzeagatik.
2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 2 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40

4. Izan bedi $f(t) = t + \pi$, $t \in (0, \pi)$ funtzioa.

- a) Lortu $f(t)$ funtzioaren hedapen bakoitia eta periodikoa, $F(t)$.
- b) Marraztu $f(t)$ funtzioa eta aurreko atalean lortutako $F(t)$ funtzioa.
- c) Kalkulatu $F(t)$ funtzioaren $S(t)$ Fourier-en seriea.

d) Kalkulatu $S(t)$ eta $F(t)$ -ren balioak $t = -5\pi$ eta $t = \frac{25}{2}\pi$ puntuetan. Emandako erantzunak justifikatu.

e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ kalkulatu.

Ebaluatutako gaitasunak: 2. GAIT eta 4. GAIT. Ebaluazioa:

2. GAIT: 7 puntu kalkuluagatik.
4. GAIT: 3 puntu azalpen formalagatik (enuntziatuak, definizioak, grafikoak, hipotesiak, eta abar).

Puntuak: 10/40