

TEORIA / TEORÍA

1. (1p) Bektore sistema bat hiru bektore labainkorrez osatuta dago:

$$\vec{v}_1 = 3\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$\vec{v}_2 = -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{v}_3 = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

Jakina da sistemako aldaezin eskalarra 25 dela; eta ardatz zentrala $P(3;2;5)$ puntutik igarotzen dela. Kalkulatu bektoreek $O(0;0;0)$ jatorrian sortzen duten momentua.

1. (1p) Sea el sistema vectorial formado por tres vectores deslizantes:

$$\vec{v}_1 = 3\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$\vec{v}_2 = -\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$$

$$\vec{v}_3 = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$

Se sabe que el invariante escalar del sistema es 25 y que el eje central pasa por el punto $P(3;2;5)$. Calcular el momento que producen los vectores respecto al origen $O(0;0;0)$.

2. (1p) Kablearen luzera unitateko w pisua jasaten duen kablearentzat, deduzitu s luzera punturik baxuenarekiko eta T tentsioa edozein P puntutan, honako erlazioetatik abiatuta:

$$y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right) \quad \cosh^2\left(\frac{x}{c}\right) - \sinh^2\left(\frac{x}{c}\right) = 1$$

2. (1p) Para un cable que pesa w por unidad de longitud de cable, deducir la longitud s respecto del punto más bajo y la tensión T para un punto P cualquiera del cable, a partir de las siguientes relaciones:

3. (1p) M masa, R erradioa eta μ_r arrodadurarekiko erresistentzia duen diskoa horizontalarekin β angelua osatzen duen plano inklinatu baten gainean dago. Diskoaren zentroan, planoarekiko paraleloa den F indarra aplikatzen da, diskoa beherantz errotatzen ez hasteko. Determinatu F -ren balio minimoa eta arrodadura ziurtatzeko behar den μ_s marruskadura koefiziente minimoa.

3. (1p) Un disco de masa M y radio R y resistencia a la rodadura μ_r está colocado encima de un plano inclinado que forma un ángulo β con la horizontal. En el centro del disco, se aplica una fuerza F paralela al plano, para que el disco no comience a rodar hacia abajo. Determinar el valor mínimo de F y el coeficiente de rozamiento μ_s mínimo para asegurar la rodadura.

4. (1p) Bihurdura sekzio zirkularrean: tentsio ebakitzailen eta momentu bihurtzailen arteko erlazioa lortu ezazu.

4. (1p) Torsión en una sección circular: deducir la relación entre las tensiones cortantes y el momento torsor.

ARIKETAK/ EJERCICIOS

1. (2p) Irudiko sistema lauak M masako eta L luzerako AC barra du. Barrak A puntuko giltzadura finko baten bidez lurzoruari lotuta dago eta C puntuan, hormari lotuta dago malguki baten bidez. Malgukiaren deformazioz gabe luzera $L_0 = 0$ da eta konstantea $k = \frac{5}{2} \frac{Mg}{L}$ da. B puntuan, A-tik $3L/4$ distantziara kokatuta, BD kablea lotzen da. Kablearen luzera unitateko pisua $q = \frac{2}{3} \frac{Mg}{L}$ da eta jasaten duen indar minimoa $T_0 = \frac{4}{3} Mg$ da. E, C eta D puntuak horizontalean lerrokatuta daude, eta E eta A puntuak bertikal berean daude. Angeluaren balioa $\alpha = 36,87^\circ$ da.

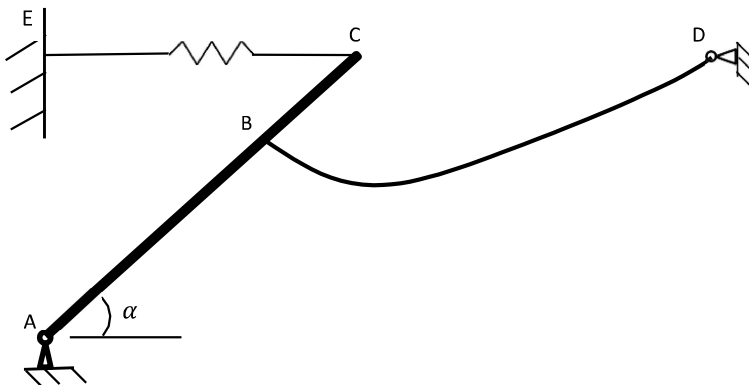
Determinatu:

- (1p) Barraren solido askearen diagrama eta B puntuko indarraren osagai bertikala.
- (1p) Kablearen indarra D puntuan.

1. (2p) El sistema plano de la figura consta de la barra AC, de masa M y longitud L , unida al suelo con una articulación fija en A y a la pared, en su punto C, a través de un resorte de constante $k = \frac{5}{2} \frac{Mg}{L}$ y longitud en reposo $L_0 = 0$. En el punto B, situado a distancia $3L/4$ de A, se une un cable BD, de peso por unidad de longitud $q = \frac{2}{3} \frac{Mg}{L}$ y que soporta una fuerza mínima $T_0 = \frac{4}{3} Mg$. Los puntos E, C y D están en la misma horizontal mientras que E y A se encuentran en la misma vertical. El valor del ángulo es $\alpha = 36,87^\circ$.

Determinar:

- (1p) Diagrama de sólido libre de la barra y componente vertical de la fuerza en B.
- (1p) Fuerza del cable en el punto D.



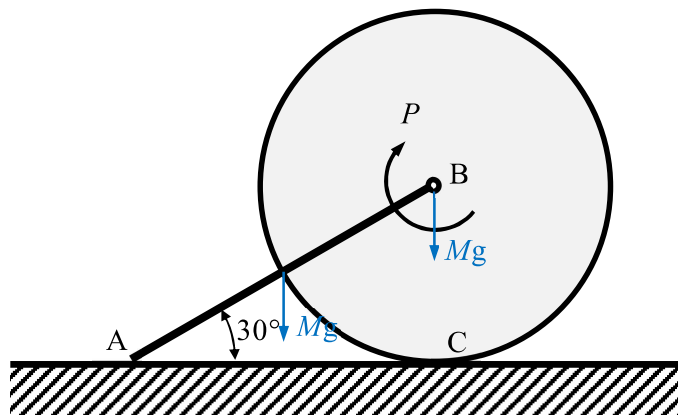
ARIKETAK/ EJERCICIOS

2. (2p) M masa eta $2R$ luzera duen barra giltzatuta dago bere B muturrean P momentua jasaten duen eta R erradio eta M masa duen diskoari. Sistema zoruan A eta C-n apoiatzen da, A puntuko marruskadura koefizientea $f = \frac{\sqrt{3}}{2}$ izanik. A-n irristadura berehalakoa bada, determinatu:

- a)(0,5p) Bi gorputzen solido askearen diagramak.
- b)(0,5p) A-ko indar normala eta marruskadura indarra.
- c)(0,5p) Diskoari aplikatutako P momentua.
- d)(0,5p) C-ko indar normala eta marruskadura indarra.

2. (2p) Una barra AB de masa M y longitud $2R$ está articulada en su extremo B al centro de un disco de radio R y masa M , sometido a un momento P . El sistema se apoya en el suelo en A y C, siendo el coeficiente de rozamiento en A $f = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Si el deslizamiento en A es inminente, determinar:

- a)(0,5p) Diagramas del sólido libre del disco y de la barra.
- b)(0,5p) Fuerza normal y de rozamiento en el punto A.
- c)(0,5p) Momento P aplicado al disco.
- d)(0,5p) Fuerza normal y de rozamiento en C.



3. (2p) Irudiko habearentzat, kalkulatu:

- a)(1p) Indar ebakitzaila eta momentu makurtzaileen diagramak, q_0 eta L -ren menpe.
- b)(1p) q_0 habearen luzera unitateko berezko pisua bada, materialaren pisu espezifikoa 18000 N/m^3 eta $L = 2 \text{ m}$ izanik:
- b1)(0,5p) Tentsio normal maximoa (adierazi trakziokoa edo konpresiokoa den eta zein sekziotan gertatzen den).
- b2)(0,5p) Irudiaren e dimentsioa (mm-tan), materialaren tentsio onargarria $\sigma_0 = 200 \text{ MPa}$ bada.

3. (2p) Para la viga de la figura, determinar:

- a)(1p) Diagramas de esfuerzos cortantes y momentos flectores en función de q_0 y L .
- b)(1p) Si q_0 es el peso propio por unidad de longitud de la viga y siendo el peso específico del material 18000 N/m^3 y $L = 2 \text{ m}$:
- b1)(0,5p) Tensión normal máxima (decir si es de tracción o compresión y la sección donde tiene lugar).
- b2)(0,5p) Dimensión e de la figura (en mm), siendo la tensión admisible por el material $\sigma_0 = 200 \text{ MPa}$.

